

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ТЕОРИИ ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ  
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
(ИТПЗ РАН)

УДК550.311551.1

Рег. № НИОКТР АААА-А19-119011490131-3

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора ИТПЗ РАН

чл.-корр. РАН

\_\_\_\_\_ П.Н. Шебалин

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2019 г.

ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ  
«НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОДИНАМИКИ, РАЗРАБОТКА И  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИЗУЧЕНИЯ  
ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ»  
(промежуточный, этап 2019 г.)

Руководитель НИР  
гл. науч. сотр., зав. лаб.,  
докт. физ.-мат.наук

\_\_\_\_\_ А.И. Горшков  
Подпись, дата

Москва, 2019 г.

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы, гл. науч. сотр., зав. лаб., докт. физ.-мат. наук	_____	А.И. Горшков (введение, разделы 3.1-3.3, заключение)
Исполнители темы		
ст. науч. сотр., канд. физ.-мат. наук	_____	И.А. Воробьева (раздел 3.1)
гл. науч. сотр., докт. физ.-мат. наук	_____	В.А. Желиговский (разделы 1.1, 1.3)
гл. науч. сотр., докт. физ.-мат. наук	_____	О.В. Подвигина (разделы 1.2, 1.3, 1.4)
гл. науч. сотр., докт. физ.-мат. наук	_____	М.Д. Коваленко (разделы 6)
гл. науч. сотр., докт. физ.-мат. наук	_____	А.Т. Исмаид-Заде (раздел 3.1)
гл. науч. сотр., докт. физ.-мат. наук	_____	В.П. Трубицын (раздел 2)
гл. науч. сотр., докт. физ.-мат. наук	_____	А.В. Хохлов (раздел 5)
ст. науч. сотр., канд. физ.-мат. наук	_____	А.А. Баранов (раздел 2)
ст. науч. сотр., канд. физ.-мат. наук	_____	О.В. Новикова (разделы 3.2)
ст. науч. сотр., канд. геол.-мин. наук	_____	С.В. Усенко (раздел 4)
ст. науч. сотр., канд. физ.-мат. наук	_____	А.П. Кержаев (раздел 6)
ст. науч. сотр., канд. физ.-мат. наук	_____	И.В. Меньшова (раздел 6)
ст. науч. сотр., канд. физ.-мат. наук	_____	Р.А. Чертовских (раздел 1.1)
мл. науч. сотр.	_____	А.И. Ливинский (раздел 3.3)
Нормоконтролер	_____	В.А. Тимофеева

## РЕФЕРАТ

Отчет 40 с., 1кн., 13 рис., 19источн., 1 прил.

ПАЛЕОМАГНИТНЫЕ ДАННЫЕ, МАГНИТНОЕ ДИНАМО, ГЕТЕРОКЛИННЫЕ ЦИКЛЫ, МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ БЛОКОВЫХ СТРУКТУР, НОРВЕЖСКО-ГРЕНЛАНДСКИЙ РЕГИОН, МЕТОДЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ, МАНТИЙНАЯ КОНВЕКЦИЯ

Исследования, проводимые по теме в 2019 г., включали изучение моделей магнитного динамо и гетероклинных циклов, возникающих в конвекции; построение и анализ моделей мантийной конвекции; моделирование мантийной конвекции; изучение строения континентальной коры; моделирование динамики блоковых структур на Кавказе и применение результатов моделирования для оценки сейсмической опасности; определение иерархического блокового строения методом морфоструктурного районирования территорий северо-востока Египта для определения мест возможного возникновения землетрясений, а также Алтае-Саянского региона для распознавания рудоносных узлов; изучение рельефа и тектоники океанического дна Норвежско-Гренландского региона (Северная Атлантика); разработку метода статистической инверсии для палеомагнитных данных; разработку методов теории упругости, применимых к изучению напряженного состояния земной коры.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ.....	7
1 Исследования магнитогидродинамики.....	7
1.1 Кинематическая генерация магнитных мод Блоховского типа пространственно- периодическим течением электропроводной жидкости .....	7
1.2 Классификация и достаточные условия асимптотической устойчивости для некоторого класса гетероклинических сетей в $R^n$ .....	13
1.3 Аналитичность решений системы трехмерных уравнений идеальной магнитогидродинамики по пространственным переменным и лагранжев алгоритм численного интегрирования этой системы по времени .....	15
1.4 Исследование эволюции угла наклона оси вращения экзо-Земли в поле притяжения звезды (экзо-Солнца), ближайшего ее спутника (экзо-Луны) и экзо-планет, входящих в планетную систему.....	20
2 Глобальная геодинамическая модель современной Земли .....	21
3 Изучение блокового строения земной коры методом морфоструктурного районирования для задач моделирования блоковой динамики и сейсмичности, распознавания мест возможного возникновения сильных землетрясений и рудоносных узлов.....	23
3.1 Модель динамики коровых блоков и сейсмичность Закавказья.....	23
3.2 Морфоструктурное районирование и распознавание высокосейсмичных пересечений линеаментов во внутриплитовом регионе .....	24
3.3 Изучение связи крупных месторождений металлов с морфоструктурными узлами и распознавание рудоносных узлов .....	25
4 Строение и развитие Восточно-Гренландской континентальной окраины до начала спрединга на хребте Колбейнсейн.....	27
5 Палеомагнитные исследования.....	29
6 Задачи теории упругости.....	30
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	31
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	34
ПРИЛОЖЕНИЯ:	
Приложение А – Публикации по теме НИР, изданные в 2019 г. ....	36

## ВВЕДЕНИЕ

Исследования по теме выполнялись в рамках направлений фундаментальных исследований 128 "Физические поля, внутреннее строение Земли и глубинные геодинамические процессы" и 136 "Катастрофические эндогенные и экзогенные процессы, включая экстремальные изменения космической погоды: проблемы прогноза и снижения уровня негативных последствий" Раздела IX "Науки о Земле" Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы.

В области магнитогидродинамики исследования включали изучение кинематической генерации магнитных мод Блоховского типа пространственно-периодическим течением электропроводной жидкости; классификации и достаточные условия асимптотической устойчивости для некоторого класса гетероклинических сетей в  $R^n$ , аналитичность решений системы трехмерных уравнений идеальной магнитогидродинамики по пространственным переменным и лагранжев алгоритм численного интегрирования этой системы по времени.

В области изучения экзопланет была исследована эволюция угла наклона оси вращения экзо-Земли в поле притяжения звезды (экзо-Солнца), ближайшего ее спутника (экзо-Луны) и экзо-планет, входящих в планетную систему. Была построена глобальная геодинамическая модель современной Земли.

Методом морфоструктурного районирования была изучена внутриплитовая область северо-восточного Египта с целью определения мест возможного возникновения сильных землетрясений. На примере Алтае-Саянского региона показана возможность использования линеаментно-блоковой структуры региона, определенной с помощью морфоструктурного районирования, для решения практической задачи минерагенического прогнозирования рудоносных узлов.

Проведено моделирование блоковой динамики и сейсмичности Закавказского региона с использованием нелинейной реологической модели разломов, что позволяет на новом уровне проводить оценку сейсмоопасности сейсмичного региона.

Продолжено изучения строения и развития Восточно-Гренландской континентальной окраины до начала спрединга на хребте Колбейнсейн.

Исследована возможность при помощи обычного трехкомпонентного магнитометра получать информацию о локальной геометрии слоев осадочных пород за счет специальной статистической обработки достаточного большого объема минутных данных. Эта информация необходима как нулевое приближение для модели среды при проведении электроразведки методом пассивного источника магнитотеллурических токов.

Впервые построено точное решение задачи об изгибе тонкой упругой плиты прямоугольной формы, у которой два противоположных края свободны, а на третьем известны внутренние силовые факторы: самоуравновешенные изгибающий момент и поперечная сила. Это решение описывает сброс остаточных напряжений при изгибе литосферных плит вследствие образования разрыва.

## ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### 1 Исследования магнитогидродинамики

#### 1.1 Кинематическая генерация магнитных мод Блоховского типа пространственно-периодическим течением электропроводной жидкости

Если скорость течения  $v(x)$  стационарна, то задача кинематического динамо эквивалентна задаче на собственные значения  $L V = \lambda V$  для оператора магнитной индукции

$$M: V \rightarrow \eta \Delta V + \text{rot}(v \times V) \quad (1)$$

Магнитная мода  $V$  — это собственная функция оператора  $M$ , а действительная часть собственного значения  $\lambda$  — ее инкремент роста. Предполагается, что скорость имеет период  $2\pi$  по каждой декартовой переменной  $x_i$ , и что жидкость несжимаема, т.е. поле скорости (как и магнитная мода) соленоидально.

При изучении возбуждения длинномасштабного поля предполагают, что магнитная мода зависит не только от быстрой пространственной переменной  $x$ , но и от медленной  $X = \varepsilon x$ , где  $\varepsilon$  — малое отношение масштабов. Если мода предполагается периодичной еще и по медленной переменной, то она имеет структуру блоховского поля  $V = e^{iq \cdot x} b(x)$ , где  $\varepsilon = |\mathbf{q}|$ , а поле  $b(x)$  имеет период  $2\pi$  по каждой декартовой переменной  $x_i$ , как и поле скорости. В настоящей работе нас интересовало решение задачи о динамо, в котором дополнительный пространственный масштаб магнитной моды, независимый от пространственных периодов течения, не обязательно бесконечно длинный. Как и при использовании подхода теории устойчивости к длинномасштабным возмущениям, возможно численное решение задачи в быстрых переменных в кубе периодичности течения для магнитных мод указанного вида. В этом случае в уравнении на собственное значение экспонента  $e^{iq \cdot x}$  сокращается, и оно редуцируется в задачу на собственные значения для оператора

$$M_q: b \rightarrow M b + 2i\eta(\mathbf{q} \cdot \nabla) b - \eta |\mathbf{q}|^2 b + i\mathbf{q} \times (v \times b) \quad (2)$$

Необходимо найти волновой вектор  $\mathbf{q}$ , для которого (при данном  $\eta$ ) инкремент роста моды  $\gamma(\mathbf{q}) = \text{Re} \lambda(\mathbf{q})$  максимален. Достаточно рассмотреть  $\mathbf{q}$  в параллелепипеде

$$Q = \{ \mathbf{q} \mid 0 \leq q_1 \leq 1/2, -1/2 \leq q_2 \leq 1/2, -1/2 \leq q_3 \leq 1/2 \} \quad (3)$$

Задачу на поиск максимума решали с помощью метода градиентного спуска с применением псевдоспектральных методов для вычисления поля  $M_q \mathbf{b}$  при заданном  $\mathbf{b}$ . Производные инкремента  $\gamma(\mathbf{q})$  по компонентам вектора  $\mathbf{q}$  вычисляли, используя биортогональность собственных функций линейного оператора и сопряженного к нему.

Поведение инкремента роста магнитного поля  $\gamma(\mathbf{q})$  изучали на примере двух модельных стационарных трехмерных течений  $\mathbf{v}(\mathbf{x})$  с нулевым средним, синтезированных как конечные ряды Фурье, состоящие из гармоник, волновые числа которых не превосходят 7, с псевдослучайными коэффициентами, изначально равномерно распределенными на интервале  $[0,1]$  и спроектированными и нормированными так, что течения соленоидальны, а их энергетический спектр монотонно экспоненциально спадает на 12 порядков с 1-го по 13-ый сферический слой единичной толщины в пространстве волновых векторов. Соответственно, модельные течения гладкие и периодичны по декартовым переменным, но имеют достаточно сложную пространственную структуру (рисунок 1). Все коэффициенты Фурье второго течения мнимы, вследствие чего оно центрально-симметрично относительно начала координат,  $\mathbf{v}(\mathbf{x}) = -\mathbf{v}(-\mathbf{x})$ . Таким образом, в первом течении (но не во втором) имеет место магнитный  $\alpha$ -эффект, а во втором - магнитная вихревая диффузия.

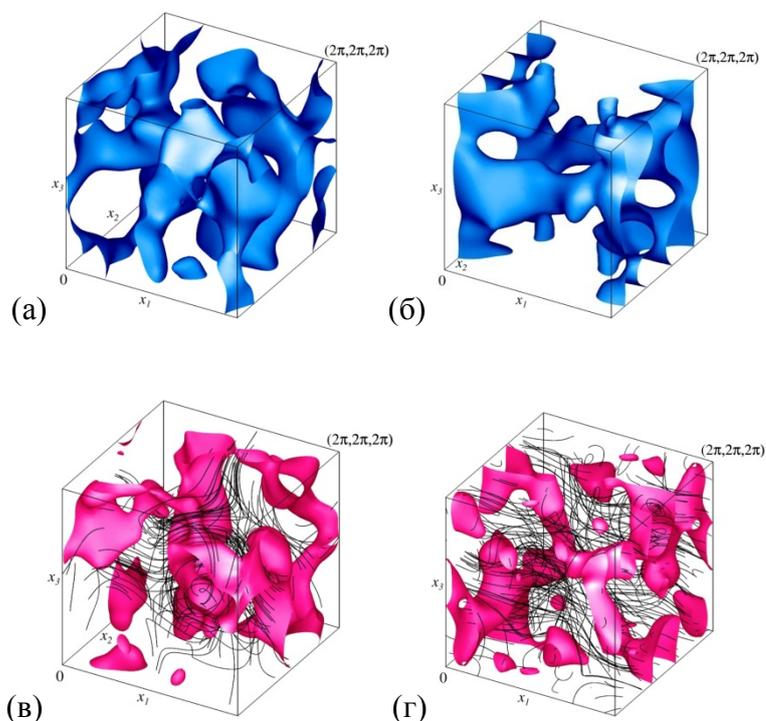


Рисунок 1 – Изоповерхности плотности кинетической энергии  $|\mathbf{v}|^2$  (а,б) и завихренности  $|\text{rot } \mathbf{v}|$  (в,г) первого (а,в) и второго (б,г) модельных течений, для которых проведены расчеты, на уровнях 50% (для первого течения) и 60% (для второго течения) от соответствующих максимумов. На рисунках (в,г) также показаны отрезки некоторых траекторий частиц жидкости. Изображен один куб периодичности течений

Графики рисунка 2 (б) показывают, что доминирующими при таких параметрах оказываются две ветви мод, и в точках перехода от одной ветви к другой доминирующий инкремент теряет дифференцируемость; эти графики также иллюстрируют периодичность инкрементов роста доминирующих мод с периодом 1 по каждой компоненте волновых векторов  $\mathbf{q}$ .

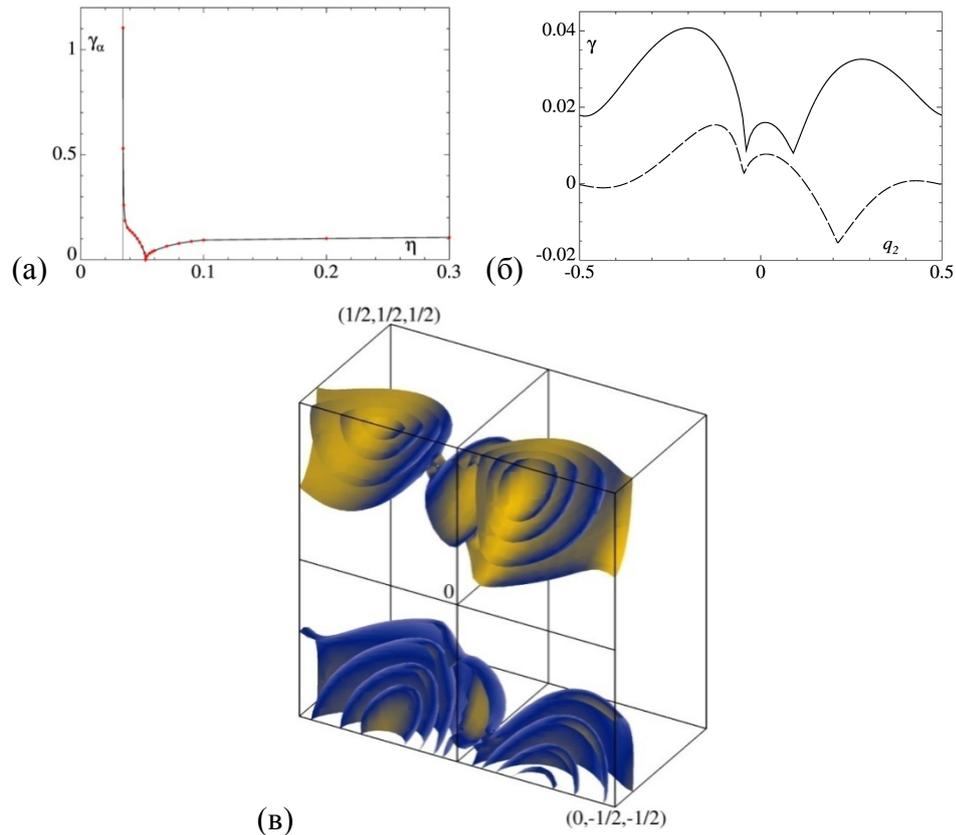


Рисунок 2 – Максимальный инкремент роста длинномасштабного магнитного поля  $\gamma_\alpha$ , генерируемого  $\alpha$ -эффектом первого модельного течения, как функция молекулярной магнитной диффузии  $\eta$  (а). Красные точки: вычисленные величины  $\gamma_\alpha$ . Тонкая прямая - вертикальная асимптота  $\gamma_\alpha$  в точке  $\eta \approx 0.34$  начала генерации короткомасштабного магнитного поля. Инкремент роста  $\gamma$  доминирующих блоховских магнитных мод типа для  $q_1=0, q_3=0.4$  (сплошная линия) и  $q_1=0.05, q_3=0.15$  (пунктирная линия) как функции  $q_2$  при  $\eta=0.1$  (б). Изоповерхности инкремента  $\gamma$  в параллелепипеде  $Q$  волновых векторов  $\mathbf{q}$  для первого модельного течения при  $\eta=0.1$  на уровнях 25%, 50%, 75% и 90% от максимального в  $Q$  инкремента (в)

На рисунке 2(в) ось  $q_1$  направлена перпендикулярно плоскости рисунка в сторону от читателя, ось  $q_3$  вертикальна. Самые дальние от читателя изоповерхности отвечают минимальному из изображенных уровню 25% от максимума инкремента в параллелепипеде  $Q$ , и далее уровни растут при приближении к фронтальной плоскости  $q_1=0$ . Максимальный в  $Q$  инкремент роста, равный 0.041, достигается при  $\mathbf{q}=(0.002, 0.209, -0.430)$  (что соответствует  $\varepsilon=|\mathbf{q}|=0.478$ ). Для рассматриваемого течения в кубе  $[-1/2, 1/2]^3$

периодичности по  $\mathbf{q}$  локальных максимумов инкрементов два, они отвечают противоположным  $\mathbf{q}$ , и оба максимума глобальные. Поскольку они оба расположены вблизи плоскости  $q_1=0$ , на рисунке 2(в) возникают четыре локальных максимума при рассечении надвое этой плоскостью систем изоповерхностей вокруг двух указанных глобальных максимумов в указанном кубе и их копий при параллельном переносе на период вдоль вертикальной оси  $q_3$ . У вертикальной срединной плоскости  $q_2=0$  упорядоченность изоповерхностей на рисунке 2(в) нарушена, что вызвано потерей дифференцируемости максимальных инкрементов при смене ветвей собственных значений.

Для рассматриваемого модельного течения максимальные (по волновым векторам  $\mathbf{q}$ ) инкременты  $\gamma_{\max}$  роста блоховских магнитных мод монотонно растут при уменьшении молекулярной диффузии  $\eta$ , что согласуется с физическими представлениями о ее влиянии. Поведение инкрементов никак не коррелирует с эффективностью магнитного  $\alpha$ -эффекта (которую естественно соотносить с максимальным инкрементом роста  $\gamma_\alpha$  генерируемого  $\alpha$ -эффектом длинномасштабного магнитного поля в медленном времени, рисунке 2(а)): "точечное" прекращение генерации  $\alpha$ -эффектом (происходящее, когда среднее собственное значение симметризованного тензора  $\alpha$ -эффекта обращается в 0) при  $\eta \approx 0.053$  никак не сказывается на монотонном росте максимального инкремента  $\gamma_{\max}$  при уменьшении  $\eta$ ; также, график рисунка 3(а) не отражает никаких драматических явлений в окрестности точки  $\eta \approx 0.034$  начала генерации короткомасштабных магнитных полей, в которой инкремент мод, генерируемых  $\alpha$ -эффектом, сингулярен и обращается в  $+\infty$ .

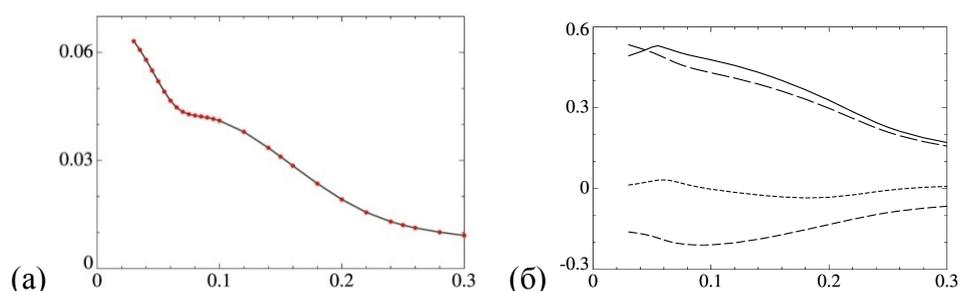


Рисунок 3 – Максимальный в  $Q$  инкремент  $\gamma_{\max}$  роста блоховской магнитной моды для первого модельного течения (а) и волновой вектор  $\mathbf{q}$ , при котором достигается максимальный инкремент (б), как функции молекулярной магнитной диффузии  $\eta$ . Красные точки: вычисленные величины  $\gamma_{\max}$  (а). Сплошная линия:  $|\mathbf{q}|$ , штриховые:  $q_k$ , длина штриха увеличивается с индексом  $k$  (б)

Зависимость волновых векторов, при которых достигается максимум инкрементов  $\gamma_{\max}$ , представляется физически естественной: с увеличением диффузии, т.е. с ростом  $\eta$ , течение возбуждает поля с пространственными структурами, имеющими всё большие

пространственные масштабы, и тем самым всё менее поддающиеся разрушению молекулярной диффузией; слабое разделение масштабов, отвечающее значительным  $\varepsilon=|\mathbf{q}|$ , у генерируемых мод возможно только при относительно малой молекулярной диффузии.

Рисунок 4(б) показывает, что доминирующими при указанных параметрах оказываются, соответственно, пять и две ветви магнитных мод. На рисунке 4(в) оси направлены как на рисунке 2(в). Изоповерхности при удалении от фронтальной плоскости  $q_1=0$  отвечают убывающим уровням инкремента  $\gamma$ . Максимальный в  $Q$  инкремент равен 0.038, что по порядку величины совпадает с максимумом при  $\eta=0.1$  для первого модельного течения. В кубе периодичности волновых векторов  $[-1/2, 1/2]^3$  два глобальных и два локальных максимума. Они расположены вблизи фронтальной плоскости  $q_1=0$ , при  $\mathbf{q}=\pm(0.039, -0.471, 0.200)$  (глобальные) и  $\mathbf{q}=(0, \pm 1/2, 0)$  (локальные максимумы), что отвечает отношениям масштабов  $\varepsilon=|\mathbf{q}|=0.513$  и  $1/2$ , соответственно. Четыре локальных максимума в  $Q$  на рисунке 4(в) возникают при разрезании этой плоскостью систем изоповерхностей вокруг четырех указанных максимумов. Как и на рисунке 2(в), у вертикальной срединной плоскости  $q_2=0$  нарушена упорядоченность изоповерхностей; это вызвано потерей дифференцируемости максимальных инкрементов при смене ветвей доминирующих собственных значений.

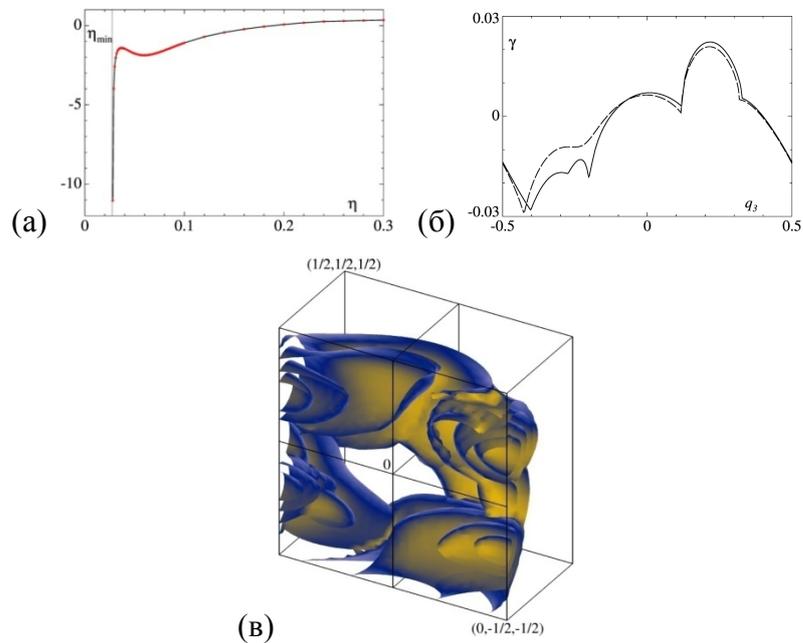


Рисунок 4 – Минимальная магнитная вихревая диффузия  $\eta_{\min}$  во втором модельном течении как функция молекулярной диффузии  $\eta$  (а). Красные точки: вычисленные величины  $\eta_{\min}$ . Тонкая прямая - вертикальная асимптота  $\eta_{\min}$  в точке начала генерации короткомасштабного магнитного поля. Инкремент роста  $\gamma$  доминирующих блоховских магнитных мод для  $q_1=0.2$ ,  $q_2=-0.45$  (сплошная линия) и  $q_1=0.2$ ,  $q_2=-0.475$  (пунктирная линия) как функции  $q_3$  при  $\eta=0.1$  (б). Изоповерхности инкремента в области  $Q$  волновых

векторов  $\mathbf{q}$  для второго модельного течения при  $\eta=0.1$  на уровнях 25%, 50%, 75% и 90% от максимального в  $Q$  инкремента роста ( $v$ )

Как и для первого модельного течения (рисунок 3(а)), в целом максимальные (по волновым векторам  $\mathbf{q}$ ) инкременты  $\gamma_{\max}$  при уменьшении молекулярной диффузии  $\eta$  растут, что физически осмысленно. Однако в отличие от случая первого течения, максимальные инкременты теперь принадлежат трем независимым ветвям. На ветви, отвечающей наибольшему из рассмотренных  $\eta$ , максимальный инкремент  $\gamma_{\max}=0$  достигается при  $\mathbf{q}=0$  (пунктирная линия на рисунке 5(а)). Эта ветвь состоит из нейтральных мод, т.е. соответствующее собственное значение равно 0, существование которых хорошо известно. Однако эта ветвь изображена не на всей ширине рисунка, а только для тех  $\eta$ , для которых нулевые инкременты роста являются локальными максимумами инкрементов. Следующая при уменьшении  $\eta$  (средняя) ветвь  $\gamma_{\max}$  (штриховая линия) отвечает волновому вектору  $\mathbf{q}=(0,1/2,0)$ . Нами доказано, что все  $\mathbf{q}$ , компоненты которых - целые или полуцелые числа, удовлетворяют условиям локального максимума (при этих  $\mathbf{q}$  производные инкремента по  $q_k$  равны 0). Инкременты этой ветви являются глобальными максимумами при  $0.137 < \eta < 0.183$ . Наконец, при самых малых  $\eta$ , изображенных на рисунке 5(а), ветвь максимальных инкрементов опять сменяется.

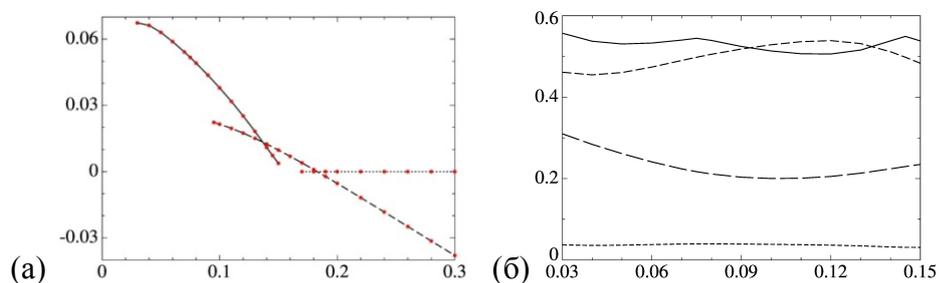


Рисунок 5 – То же, что на рисунке 3, для второго модельного течения

Как и в случае первого модельного течения, поведение максимальных в  $Q$  инкрементов роста блоховских магнитных мод не коррелирует с действием механизма длинномасштабной генерации: три ветви инкрементов на рисунке 5(а) ничем не напоминают график минимальной магнитной вихревой диффузии  $\eta_{\min}$  (рисунок 4(а)). Например, на рисунке 5(а) не отображена сингулярность вихревой диффузии в точке начала генерации короткомасштабного магнитного поля  $\eta \approx 0.028$ .

При  $\eta < 0.183$ , когда максимальные инкременты образуют две ветви (показаны сплошной и штриховой линиями на рисунке 5(б)),  $|\mathbf{q}| \geq 1/2$ , что отвечает слабому разделению масштабов; при больших  $\eta$  динамо не работает, максимальный инкремент роста, равный нулю, имеют короткомасштабные магнитные моды для  $\mathbf{q}=0$ . Существенное

разделение масштабов, при котором у доминирующих мод  $\varepsilon=|\mathbf{q}|$  мало, и их генерация происходит вследствие действия механизма отрицательной вихревой диффузии, не обнаружено.

Итак, наши расчеты для двух модельных течений показали, что максимальный инкремент роста имеют блоховские магнитные моды, у которых длина волнового вектора  $\mathbf{q}$  не слишком мала (порядка половины при рассмотренных величинах коэффициента молекулярной магнитной диффузии), что соответствует незначительному разделению масштабов, и растет с ростом магнитного числа Рейнольдса. Поэтому неочевидно, что генерацию длинномасштабного магнитного поля надо относить на счет действия именно магнитного  $\alpha$ -эффекта или вихревой диффузии. Чтобы магнитный  $\alpha$ -эффект был значителен, кроме достаточного разделения масштабов необходимо наличие достаточно развитой структуры у короткомасштабного течения. Такие условия характерны для процессов на пространственных масштабах, отвечающих инерционному интервалу спектра турбулентности, для которых локальное магнитное число Рейнольдса  $R_m$  уже мало. Они возникают, когда  $R_m$  меньше гидродинамического числа Рейнольдса, что характерно для планетарных динамо.

Указанный результат позволяет предположить, что в природных гидромагнитных динамо присутствует непрерывная шкала масштабов, слабо разделенных между собой, и турбулентное течение данного пространственного масштаба генерирует магнитное поле несколько (но не значительно) большего масштаба. Возможно, эта картина верна только при относительно малых  $R_m$ , для которых нами проведен численный эксперимент. Она усложняется нелинейным взаимодействием между полями разных масштабов, составляющих эту шкалу. Если же данная картина генерации магнитных полей верна и при больших  $R_m$ , то мы приходим к выводу, что явление генерации сложнее, чем это следует из представлений о главенствующей роли магнитного  $\alpha$ -эффекта. Тогда, в частности, теряет фатальность для процессов генерации астрофизических магнитных полей катастрофическое подавление  $\alpha$ -эффекта (т.н.  $\alpha$ -quenching) при больших  $R_m$ . Результаты исследования опубликованы в [1-3].

## **1.2 Классификация и достаточные условия асимптотической устойчивости для некоторого класса гетероклинических сетей в $R^n$**

Совместно с С.Кастро и И.Лаборио (университет г. Порто, Португалия) исследованы свойства асимптотической устойчивости так называемых ап-сетей (as-networks). Термин ап-сеть предложен для обозначения структурно-устойчивой гетероклинической сети в  $R^n$ , существующей в эквивариантных (симметричных) системах

с группой симметрий, порождаемой симметриями изменения знака одной из пространственных координат. Сеть состоит из стационарных состояний и связующих траекторий. Предполагается, что стационарные состояния расположены на координатных осях и размерности их неустойчивых многообразий не превосходят двух. Такие гетероклинические сети существуют, например, в системах, описывающих динамику популяций или группу связанных осцилляторов.

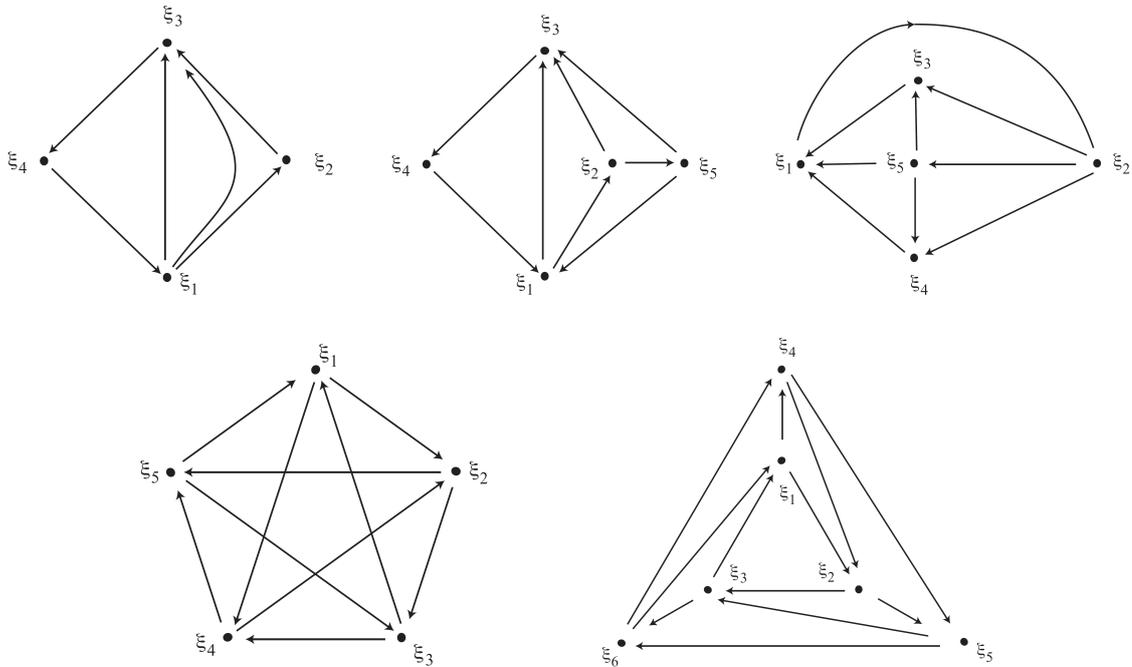


Рисунок 6 – Примеры графов, отвечающих ап-сетям

С гетероклинической сетью можно отождествить ориентированный граф, на котором стационарному состоянию отвечает точка, а связующая траектория показана линией. Доказана теорема, что такой граф принадлежит к одному из двух классов. А именно, либо из  $M$  стационарных состояний каждое  $m$ -ое соединено с  $(m+1)$ -ым и с  $m+(M-1)/2$ -ым (где  $M$  - нечетное число), либо стационарные состояния ап-сети можно представить в виде набора непересекающихся множеств таких, что траектории соединяют только стационарные состояния внутри множества, или же из  $n$ -го множества с  $(n+1)$ -ым. Более того, доказано, что при соответствующей нумерации стационарных состояний внутри множества, возможны траектории только одного из пяти типов. Таким образом, построена классификация ап-сетей.

Для исследования асимптотической устойчивости гетероклинической сети, мы аппроксимируем поведение траекторий вблизи стационарных состояний локальными отображениями, а в окрестности соединяющих траекторий - глобальными. Таким образом, поведение траекторий вблизи гетероклинической сети описывается суперпозициями

локальных и глобальных отображений. Рассматривая суперпозиции, отвечающие различным путям по гетероклинической сети, мы получили достаточные условия асимптотической устойчивости гетероклинической сети. Эти условия имеют вид неравенств, зависящих от собственных значений оператора линеаризации, и применимы к более общему классу гетероклинических сетей, чем рассмотренные ап-сети, при выполнении условий теорем. Полученные результаты позволяют строить примеры различных динамических систем, в которых существуют асимптотически устойчивые гетероклинические сети. Отметим, что в литературе было известно только небольшое число частных случаев и один класс (подмножество ап-сетей) гетероклинических сетей, для которых получены необходимые или достаточные условия асимптотической устойчивости.

Рассмотрены пять частных случаев ап-сетей, приведенные на рисунке 6. Используя доказанные теоремы, мы получили для них в явном виде достаточные условия асимптотической устойчивости. Результаты исследования опубликованы в [4].

### **1.3 Аналитичность решений системы трехмерных уравнений идеальной магнитогидродинамики по пространственным переменным и лагранжев алгоритм численного интегрирования этой системы по времени**

Физические условия на поверхности Земли существенно зависят от поведения вещества в пространстве, окружающем планету. Солнечный ветер - поток ионизированных частиц, выброшенных из Солнечной короны, - способен оказывать негативное воздействие как на технические устройства (спутники и средства связи), так и непосредственно на самочувствие людей. Поэтому изучение течения плазмы и электромагнитных процессов в космическом пространстве - одна из практически важных задач физики Земли. Они удовлетворяют системе уравнений идеальной (диффузионными процессами пренебрегаем) магнитогидродинамики; она состоит из уравнения Эйлера, описывающего динамику течения жидкости и включающего в себя силу Лоренца (характеризует воздействие магнитного поля на жидкость), и уравнения магнитной индукции, описывающего эволюцию во времени магнитного поля.

Разработка более эффективных алгоритмов указанной системы уравнений требует лучшего понимания их весьма сложной математической природы. Так, с течением времени в решениях уравнения Эйлера (описывающего течения невязкой жидкости в отсутствие магнитного поля), как правило, развиваются мелкомасштабные структуры, что приводит к неограниченному росту градиентов поля скорости, а это создает существенные сложности при теоретическом исследовании свойств решений. Однако расчеты

показывают, что происходит и обратное явление: в зонах больших градиентов у изначально существенно трехмерных потоков развиваются доминирующие структуры меньших размерностей, что, в принципе, может упростить задачу.

Для простоты, мы рассматривали пространственно-периодические решения. Используя оригинальный метод В.А. Желиговского, мы построили априорные оценки для галеркинских приближений к решению в функциональных пространствах Жевре и дали простое доказательство пространственной аналитичности решений уравнений идеальной магнитогидродинамики при условии аналитичности начальных данных по пространственным переменным. Отсюда следует аналитичность траекторий жидких частиц и магнитного поля по времени. Как и при отсутствии магнитного поля, траектории жидких частиц можно разложить в ряд Тейлора по времени (магнитное поле - подчиненное неизвестное поле, т.к. оно обладает свойством вмороженности, а уравнение магнитной индукции при заданном течении имеет точное аналитическое решение). Из аналитичности решения по времени следует сходимость этого ряда в круге сходимости строго положительного радиуса. Для коэффициентов ряда Тейлора выведены рекуррентные соотношения с использованием как лагранжевых, так и эйлеровых пространственных переменных.

На основе этих результатов мы сформулировали алгоритмы для решения магнитогидродинамической задачи, аналогичные алгоритмам для интегрирования по времени уравнения Эйлера, в т.ч. лагранжеву алгоритму с использованием инвариантов Коши для чисто гидродинамического случая, созданному нами ранее. Отметим, что пространственная аналитичность начальных данных теперь оказывается существенным условием, т.к. в отличие от случая решений бессилового уравнения Эйлера, из-за наличия в уравнении, описывающем динамику течения жидкости, силы Лоренца, каждый последующий коэффициент в разложении решения в ряд Тейлора по времени зависит теперь от вторых пространственных производных предыдущих коэффициентов. Это явление "потери производных" существенно усложняет задачу (в чисто гидродинамическом случае его нет) как в теоретическом, так и в вычислительном плане.

Для случайным образом выбранных начальных гладких трехмерных полей были проведены вычисления решений системы уравнений идеальной магнитогидродинамики. Из двух рассмотренных алгоритмов был выбран лагранжев, поскольку тестовые расчеты, выполненные нами ранее, показали, что в применении для чисто гидродинамической задачи этот алгоритм более эффективен. Вычисление коэффициентов временного ряда Тейлора с использованием рекуррентных соотношений проводили стандартным псевдоспектральным методом с разрешением  $256^3$  гармоник Фурье. На каждом шагу по

времени суммировали 12 членов ряда Тейлора. Временной шаг выбирался автоматически из условия, что среднеквадратичная величина последнего суммируемого слагаемого в обрезанном ряду Тейлора равна заданной погрешности  $10^{-12}$ .

Вычисление производных - процедура численно неустойчивая (а неустойчивость усугубляется ошибками при выполнении быстрого преобразования Фурье и ошибками, возникающими при интерполировании полей после завершения шага по времени с равномерной сетки лагранжевых переменных на равномерную сетку эйлеровых переменных). Для проверки, насколько этот эффект существенен при вычислении коэффициентов ряда Тейлора, расчеты проведены 4 раза: с использованием стандартной "двойной" точности представления чисел с плавающей запятой (данные типа `real*8` Фортрана) и "четверной" (`real*16`), а также суммировались 6 или 12 членов ряда Тейлора по времени. Кроме того, мы провели расчеты с разрешением  $512^3$  гармоник Фурье с двойной точностью и суммированием 6 членов ряда Тейлора. При этом существенного расхождения в результатах расчетов не обнаружено.

Расчеты проводили до времени  $t=2$ . На рисунках показаны изоповерхности кинетической и магнитной энергий, с шагом  $\sim 0.5$  единиц времени (в моменты окончания шагов интегрирования, в которых были превышены целевые временные пороги, кратные 0.5, поэтому эти времена не кратны 0.5 точно). В процессе эволюции в поле скорости (рисунок 7) образуются квазидвумерные структуры и концентрированные сгустки высокой кинетической энергии течения, а в магнитном поле (рисунок 8) возникают квазиодномерные структуры (жгуты). Это согласуется с существующими представлениями о развитии в гидродинамических и магнитогидродинамических системах структур меньшей размерности. Максимальная плотность магнитной энергии ко времени  $t=2$  увеличивается в 1.9 раз, а кинетической - в 5.4 раза (это объясняет относительную малость объема, ограниченного приведенными на рисунке 7 изоповерхностями при  $t>1.5$ ). Рост максимумов энергий на фоне мало меняющихся их пространственных средних также свидетельствует о формировании контрастных пространственных структур. Проверено выполнение сохранения полной энергии  $(|\mathbf{V}|^2+|\mathbf{B}|^2)/2$ ; с течением времени она уменьшается (поскольку использованное в расчете пространственное разрешение ограничено и поэтому не может правильно описать развитые процессы прямого каскада энергии), однако это уменьшение не превышает 0.006 при  $t=2$ .

На рисунках 7 и 8 видно, что при  $t=1.5073$  в зонах большой кривизны изоповерхностей энергии магнитного поля на них возникает "бахрома"; изоповерхности кинетической энергии этим поражены меньше. При  $t=2.0001$  это явление уже весьма

развито - "мелкой рябью" покрыты многие изоповерхности и вдалеке от их "краюк". Это характерное проявление недостаточности пространственного разрешения вычислений. Именно оно, а не ограниченная точность вычислений оказывается главным препятствием для продолжения численного интегрирования уравнений идеальной магнитогидродинамики.

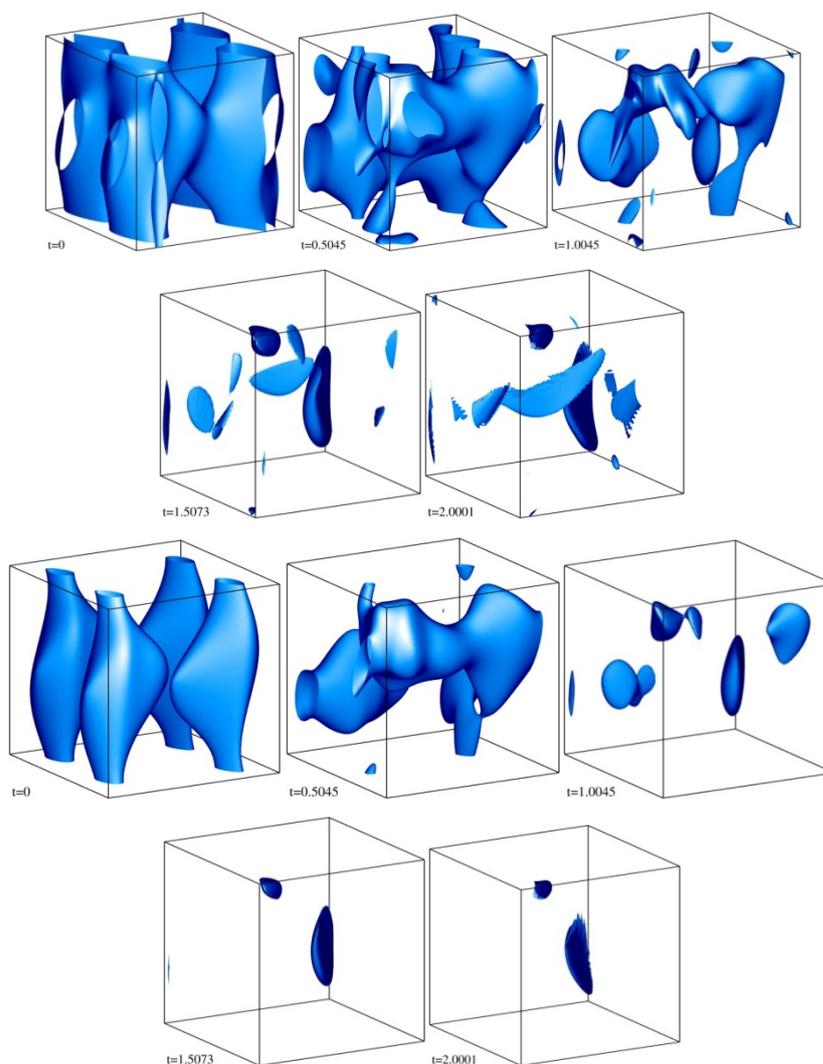


Рисунок 7 – Изоповерхности плотности кинетической энергии течения на уровне  $1/3$  (2 верхние ряда) и  $1/2$  (2 нижних ряда) максимума с шагом по времени  $\sim 0.5$  (точные времена указаны на рисунке)

Однако эти два явления взаимосвязаны: численное дифференцирование рядов Фурье сводится к умножению коэффициентов на соответствующие волновые числа, а при использовании в вычислениях большего числа гармоник Фурье для увеличения пространственного разрешения растет величина этих сомножителей, что предъявляет повышенные требования к точности.

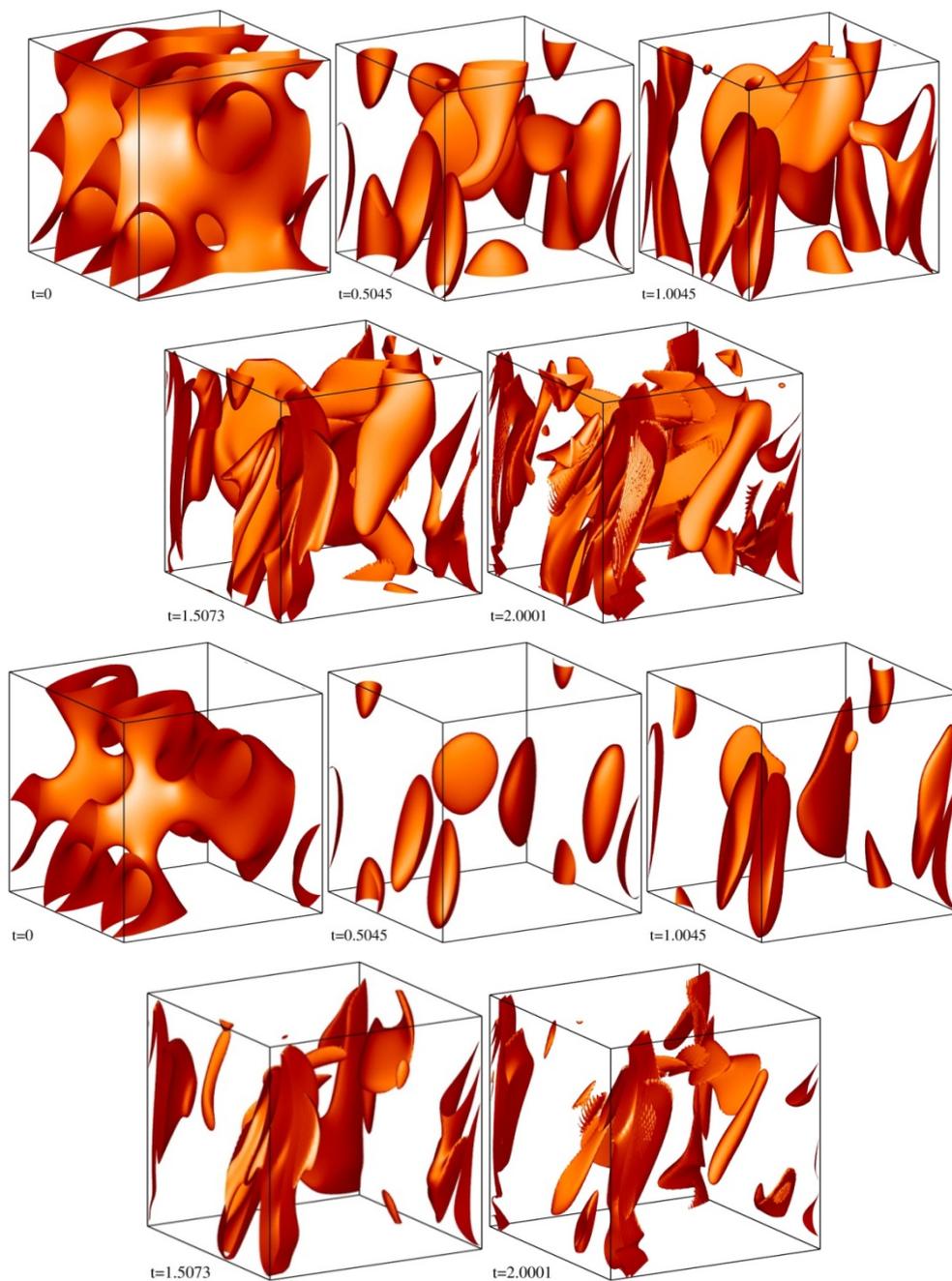


Рисунок 8 –Изоповерхности плотности магнитной энергии течения на уровне  $1/3$  (2 верхние ряда) и  $1/2$  (2 нижних ряда) максимума с шагом по времени  $\sim 0.5$  (точные времена указаны на рисунке)

Результаты исследования опубликованы в [5].

#### 1.4 Исследование эволюции угла наклона оси вращения экзo-Земли в поле притяжения звезды (экзo-Солнца), ближайшего ее спутника (экзo-Луны) и экзo-планет, входящих в планетную систему

Продолжено исследование эволюции угла наклона оси вращения экзo-Земли в поле притяжения звезды (экзo-Солнца), ближайшего ее спутника (экзo-Луны) и экзo-планет, входящих в планетную систему, в предположении, что экзo-Земля является динамически симметричным твердым телом, а экзo-планеты движутся по кеплеровским эллипсам вокруг звезды. В переменных Депри-Андуайе получена функция Гамильтона задачи в рамках спутникового приближения. Проведено осреднение функции Гамильтона по быстрым переменным вращательного и орбитального движений при условии отсутствия резонансов между быстрыми частотами указанных движений. Проведены расчеты размаха колебаний по углу нутации и возмущенного периода прецессии для частного случая планетной системы, состоящей из звезды и двух планет с симметрично расположенными орбитами, плоскости которых пересекаются под некоторым углом (см. рисунок 9).

Проведено сравнение с другими работами, где сходные задачи также решены с использованием методов осреднения, и показано, что наш подход является более общим, чем подходы, используемые другими авторами. А именно, в других работах либо рассматривается система, состоящая только из (экзo-) Земли, (экзo-) Луны и (экзo-) Солнца, либо рассматривается некоторый частный случай, где временное поведение исследуется численным интегрированием по времени.

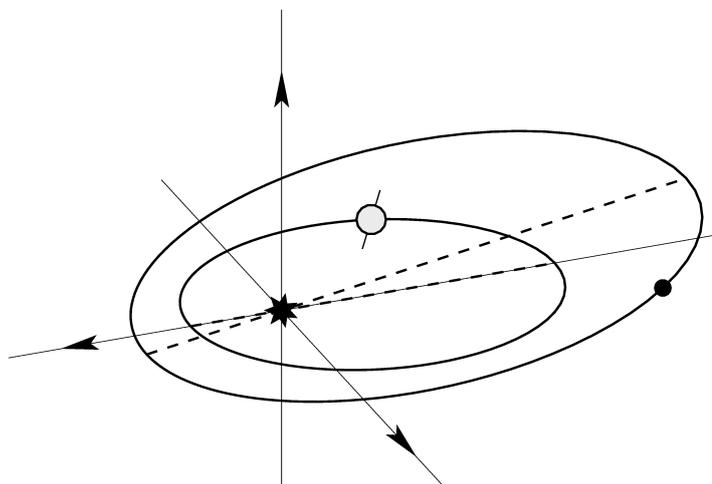


Рисунок 9 – Планетная система, состоящая из экзo-звезды и двух экзo-планет.

По результатам исследования опубликована статья [6].

## 2 Глобальная геодинамическая модель современной Земли

На основе анализа имеющихся мировых данных сейсмологии, геохимии, геологии, данных измерений рельефа и теплового потока, а также численного моделирования построена глобальная термохимическая модель современной Земли. Дано решение фундаментальной проблемы тепло-массообмена между верхней и нижней мантией. Показано, что общепринятая модель двухслойной конвекции в мантии, в течение более трех десятилетий отстаиваемая, в частности авторитетными российскими учеными, противоречит новым данным [7].

Плюмы, идущие из нижней мантии, имеют первичный химический состав. Магмы срединно-океанических хребтов обеднены несовместимыми элементами в количестве, соответствующим тому, что эти элементы ушли в континенты только из объема верхней мантии. На этом основании полагали, что конвекция в мантии двухслойная. Однако новые открытия показали, что и нижняя мантия тоже обеднена элементами, ушедшими в гигантские скопления эклогита на дне мантии. Поэтому конвекция общемантийная. В хребты поступает деплетированное вещество из всей мантии. Плюмы зарождаются на дне деплетированной нижней мантии, захватывая несовместимые элементы из скоплений эклогита (рисунок10).

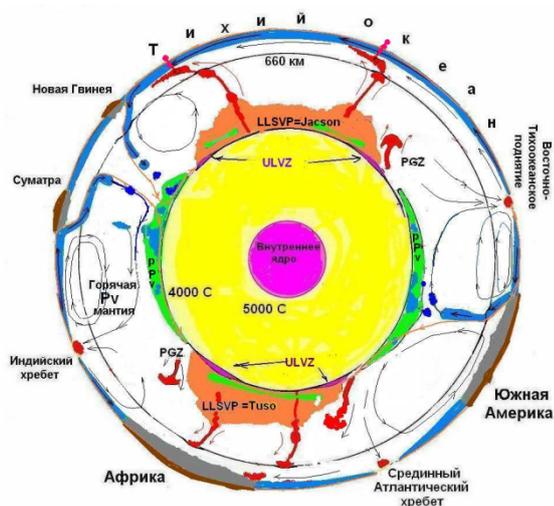


Рисунок 10 – Термохимическая геодинамическая модель современной Земли в экваториальном сечении

Континенты показаны серым цветом с коричневой корой, океанические плиты – синим, фаза постперовскита на дне мантии – зеленым, горячие скопления (Тусо и Джейсон) – светло-коричневым, общемантийные плюмы – красным, конвективные течения – линиями со стрелками, PGZ- зоны преимущественного зарождения плюмов,

ULVS- зоны ультра низких скоростей, интерпретируемых как зоны с высоким содержанием железа при высокой степени частичного плавления

В работе [8] получены основные черты суперконтинентального цикла. Сдвиговые надлитостатические напряжения в модели не превышают 2-3 МПа в основной части верхней мантии и менее 30 МПа в основной части нижней мантии; однако в зонах субдукции и в прилегающих районах континентов они составляют 100-200 МПа. Объединение континентов вызывается силами тяги от субдуцирующих слэбов в области между ними. Получено, что при высоких числах Рэлея не происходит образования единого суперплюма под суперконтинентом шириной в несколько сотен километров и более. Вместо этого возникает относительно узкая зона из одного - двух мантийных плюмов. Группа мантийных плюмов формируется на 80 – 100 млн. лет позднее, уже при значительном раскрытии океана.

### **3 Изучение блокового строения земной коры методом морфоструктурного районирования для задач моделирования блоковой динамики и сейсмичности, распознавания мест возможного возникновения сильных землетрясений и рудоносных узлов**

#### **3.1 Модель динамики коровых блоков и сейсмичность Закавказья**

Сильные землетрясения Закавказья являются результатом продолжающегося столкновения Аравийской и Евразийской плит. Для оценки сейсмической опасности в регионе мы моделируем динамику и сейсмичность с помощью блоковой модели динамики литосферы. Геометрия блоков определена на основе морфоструктурной схемы Закавказья, скорости тектонических движений задаются в соответствии с измерениями GPS. Была использована нелинейная реологическая модель разломов, разделяющих блоки земной коры. Проведен ряд численных экспериментов, чтобы ответить на следующие вопросы: (1) где происходят сильнейшие землетрясения и каков период их повторяемости; (2) как жесткие блоки Закавказья реагируют на движение Аравийской плиты и на движения глубоких слоев земной коры; (3) соответствуют ли скорости на разломах и смещения блоков геодезическим наблюдениям. Результаты моделирования подтверждают, что современная сейсмичность и динамика Закавказья является следствием движения Аравийской плиты в северо-северо-восточном направлении. Вариации реологических свойств разломов и нижней коры также влияют на сейсмичность и приводит к изменению числа сильных землетрясений и максимальных магнитуд. Наряду с инструментальными измерениями результаты моделирования могут быть использованы для комплексного изучения сейсмической опасности в регионе.

Результаты моделирования представлены на рисунке 9 и опубликованы в [9].

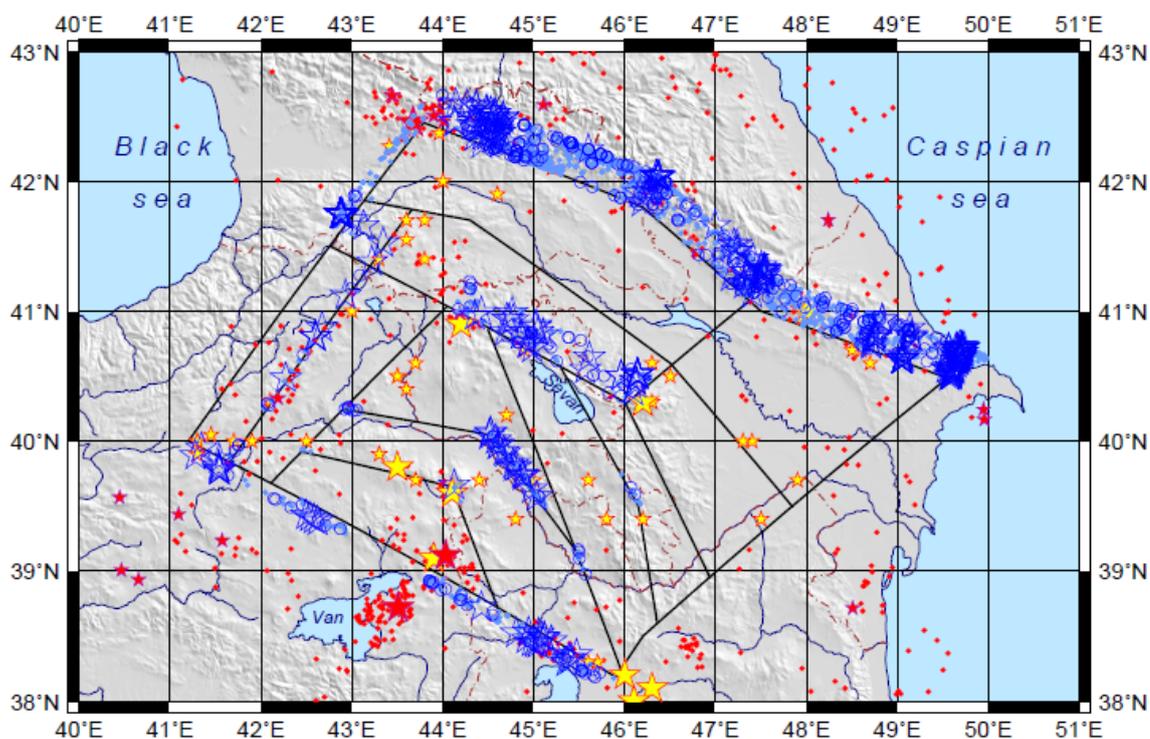


Рисунок 9 – Синтетическая сейсмичность (синие символы) – землетрясения с магнитудой  $M \geq 6$  вдоль основных разломов и наблюдаемая сейсмичность (красные и желтые символы)

### 3.2 Морфоструктурное районирование и распознавание высокосейсмичных пересечений линейментов во внутриплитовом регионе

Проблема оценки сейсмоопасности внутриплитовых территорий – одна из актуальных задач современной сейсмологии. На примере территории северо-восточного Египта предложен подход к решению этой проблемы, основанный на морфоструктурном районировании и распознавании образов. Сейсмоопасные морфоструктурные узлы, в которых возможны землетрясения с  $M \geq 5.0$ , определены в пределах северо-восточного Египта – внутриплитового региона, который включает Синайский полуостров и северную часть Восточной Пустыни между рекой Нил и Красным морем. Определены характерные геолого-геофизические признаки, по которым сейсмоопасные узлы отличаются от остальных узлов. Результаты позволили существенно уточнить оценку сейсмической опасности северо-восточного Египта, в частности, для ответственных инженерных сооружений (туннель Исмаилия) и объектов культурного наследия, расположенных в долине Нила.

Результаты работы представлены на рисунке 10 и опубликованы в [10].

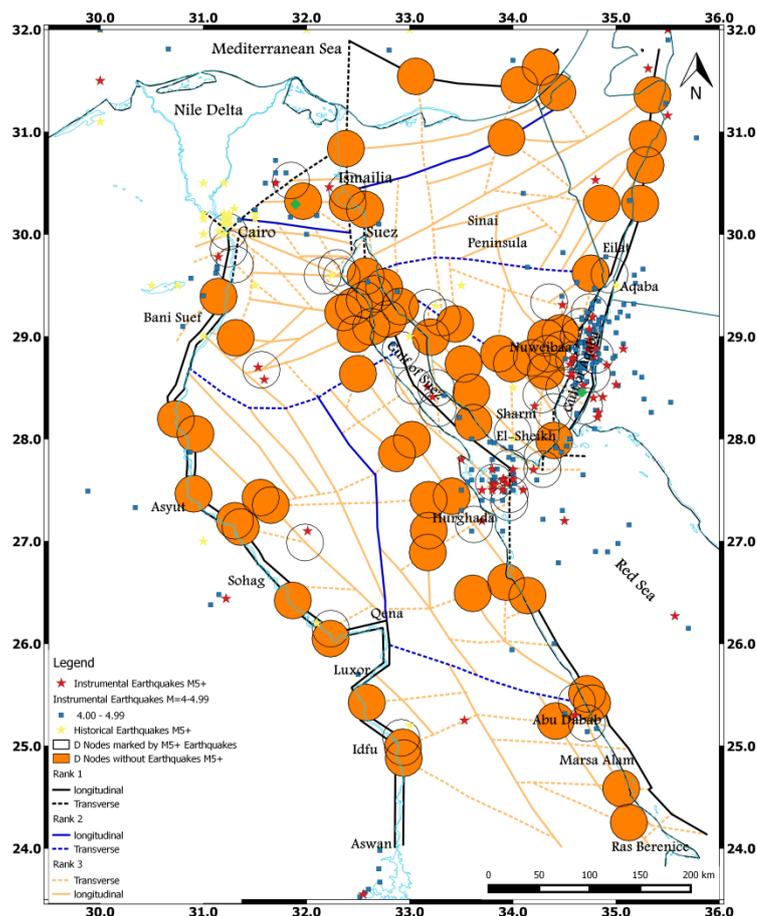


Рисунок 10 – Линиями показаны линеаменты разных рангов. Кругами показаны распознанные сейсмоопасные узлы: круги без цветной заливки – узлы, где известны события с M5+, оранжевые круги – узлы, где ранее события M5+ не происходили. Красные звездочки - эпицентры инструментальных землетрясений с M5+, желтые звездочки - эпицентры исторических землетрясений с M5+. синие точки - события с M=4.0-4.9

### 3.3 Изучение связи крупных месторождений металлов с морфоструктурными узлами и распознавание рудоносных узлов

Рассмотрено горно-складчатое сооружение Алтая и Саян с целью выявления особенностей положения крупных и суперкрупных месторождений металлов в линеаментно-блоковой структуре этого региона и (2) определения геолого-геофизических и геоморфологических признаков мест локализации этих месторождений с помощью методов распознавания образов. Исследование включало два этапа. Сначала было проанализировано положение крупных месторождений металлов в линеаментно-блоковой структуре изучаемого региона, которая определена в результате морфоструктурного районирования, выполненного с использованием геологических, геоморфологических данных и материалов дистанционного зондирования Земли. Установлена связь рассмотренных месторождений с узлами пересечения линеаментов (рисунок 11). На

втором этапе с помощью математических методов распознавания образов определены характерные геолого-геофизические и геоморфологические признаки узлов, в которых локализованы крупные полиметаллические месторождения.

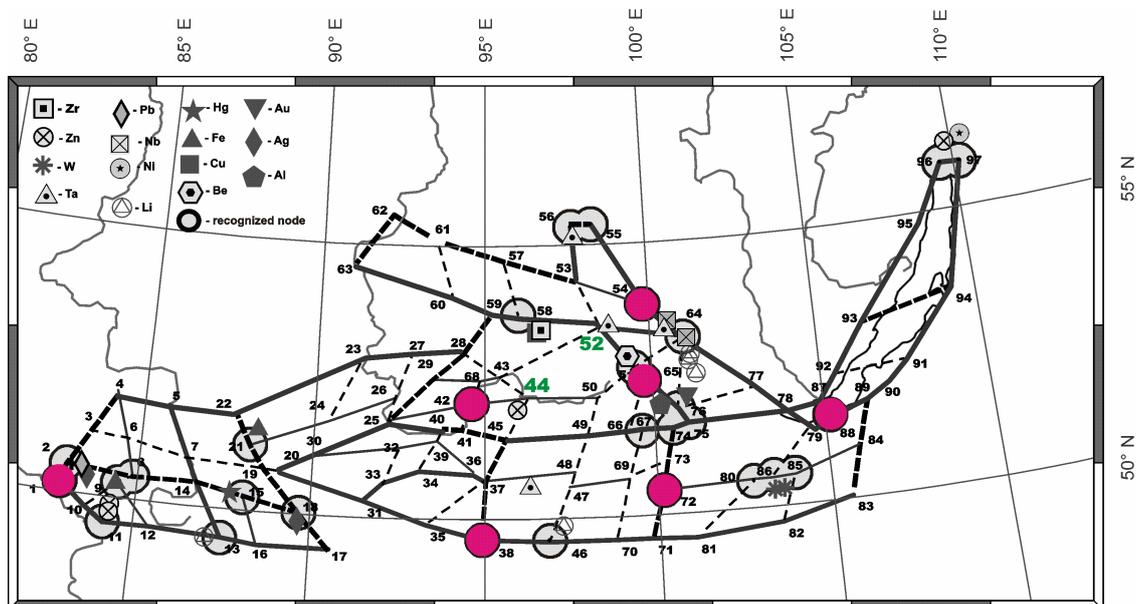


Рисунок 11 – Схематическое районирование Алтае-Саянского региона и результат распознавания рудоносных узлов

Линиями показаны линеаменты разных рангов. Римскими цифрами показаны номера узлов, образованными пересечениями линеаментов. Серые круги обозначают узлы, распознанные как рудоносные; розовыми кругами показаны распознанные потенциально рудоносные узлы, в которых пока крупные месторождения полиметаллов не известны.

Потенциально рудоносные узлы определены на основе этих признаков. Результаты доложены на 2-х международных конференциях [11, 12].

#### 4 Структура и развитие Восточно-Гренландской континентальной окраины до начала спрединга на хребте Колбейнсейн

В результате анализа глубинного строения Восточно-Гренландской окраины (Блоссевил Кист – Ливерпуль Ленд) и микроконтинента Ян-Майен составлена единая модель земной коры до их раскола (рисунок 12). Совмещенная модель наглядно демонстрирует суммарный результат этапов рифтогенеза в палеозое, мезозое и кайнозое. Начиная с девонского времени, между Ливерпуль Ленд и хребтом Ян-Майен существовал грабенообразный прогиб шириной порядка 180 км, который был образован в результате некомпенсированного осадконакоплением прогибания кристаллического фундамента. Глубина морского бассейна в конце девонского времени составляла около 2 км.

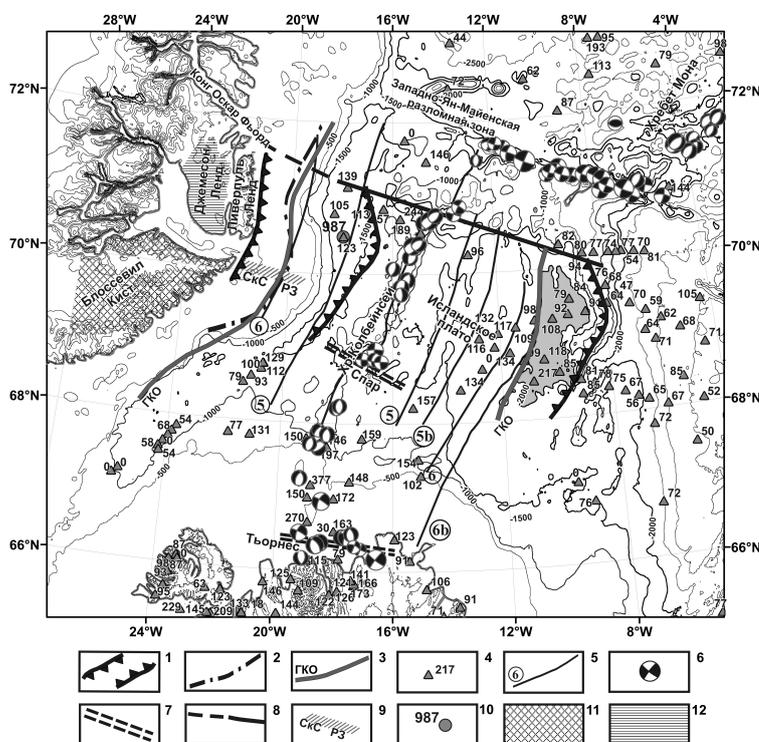


Рисунок 12 – Современное строение Восточно-Гренландской континентальной окраины. 1 – границы восстановленного прогиба фундамента; 2 – ось гравитационной аномалии (free-air gravity); 3 – граница континент-океан; 4 – значения теплового потока (<http://www.datapages.com/gis-map-publishing-program/gis-open-files/global-framework/global-heat-flow-database>); 5 – магнитная аномалия; 6 – механизмы очагов землетрясений; 7 – разломные зоны; 8 – региональный субширотный разлом (Ян-Майенская разломная зона); 9 – разломная зона Скоресби Саунд; 10 – скважина глубоководного бурения; 11 – третичные базальты; 12 – меловые осадки. Батиметрическая основа SRTM30.v.4 [Smith, Sandwell, 1977; Becker et al., 2009; [http://topex.ucsd.edu/WWW\\_html/mar\\_topo.html](http://topex.ucsd.edu/WWW_html/mar_topo.html)], изобаты через 500 м

На совмещенном глубинном разрезе земной коры, с запада на восток, отчетливо выделяются три уровня глубины залегания поверхности верхней мантии,

аппроксимирующие наложенные друг на друга куполообразные поверхности. Мы интерпретируем эти поверхности как температурные фронты разных по времени формирования мантийных плюмов: палеозойский, мезо-кайнозойский и позднекайнозойский. Под бровкой современного шельфа Блоссевил Кист (BlossevilleKyst) и Ливерпуль Ленд (LiverpoolLand) выделено поднятие фундамента, которое коррелируется с осью положительной гравитационной аномалии в редукции свободного воздуха (free-airgravity). Восточнее поднятия вдоль оси аномалии намечена граница континент-океан. Современный этап геологического развития Гренландско-Норвежского региона, севернее Исландии, характеризуется повышенным термальным состоянием литосферы и проявлением внутриплитной тектоники. По результатам исследования принята в печать статья [13].

## **5 Палеомагнитные исследования**

В 2019 г. изучалась возможность при помощи обычного трехкомпонентного магнитометра получать информацию о локальной геометрии слоев осадочных пород за счет специальной статистической обработки достаточного большого объема минутных данных. В принципе для электроразведки методом пассивного источника магнитотеллурических токов подобная информация необходима как нулевое приближение для модели среды, далее приближение уточняется за счет обработки магнитовариационных данных в широком диапазоне частот. Создание довольно простого нелинейного фильтра и применение его к рутинному потоку данных от стандартного низкочастотного магнитометра, по-видимому, является новым результатом, позволяющим без высоких затрат извлекать геологическую информацию из рутинных наблюдений за магнитным полем. Полученные результаты представлены в статье [14].

## 6 Задачи теории упругости

Впервые построено точное решение задачи об изгибе тонкой упругой плиты прямоугольной формы, у которой два противоположных края свободны, а на третьем известны внутренние силовые факторы: самоуравновешенные изгибающий момент и поперечная сила. Полученное решение описывает сброс остаточных напряжений при изгибе литосферных плит вследствие образования разрыва и физические проявления этого явления: остаточные деформации и перемещения фрагментов плиты как абсолютно жестких (рисунок 13). Рассмотрены основные этапы построения точных решений краевых задач изгиба тонких упругих прямоугольных плит. В основе решения лежит теория разложения функций в ряды по собственным функциям Папковича–Фадля, развиваемая авторами. Показано, что сброс сопровождается перемещением концов разрыва на величину  $w_0$  и поворотом на угол  $\varphi_0$ . Указаны условия, при которых  $w_0 = 0$  или  $\varphi_0 = 0$ , либо  $w_0 = \varphi_0 = 0$ .

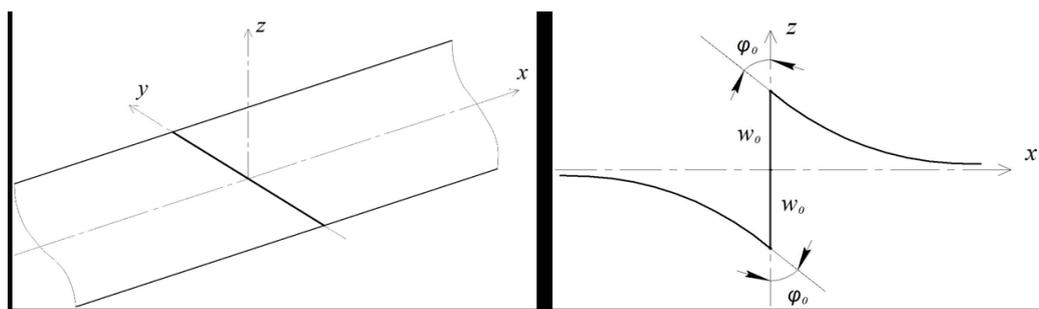


Рисунок 13 – Положение плит: слева – до разрыва, а справа – после разрыва и сброса остаточных напряжений

Разработана математическая теория трещин для конечных областей типа прямоугольника. Построены примеры точных решений. Граничные условия на сторонах прямоугольника могут быть любыми. Полученное решение описывает зарождение и развитие разрывов в земной коре. Сброс остаточных напряжений происходит в результате образования разрыва. Решение представляется в виде рядов по собственным функциям Папковича–Фадля. Коэффициенты разложений (коэффициенты Лагранжа) имеют вид простых интегралов Фурье. Окончательные формулы просты и легко могут быть использованы в инженерных приложениях.

Результаты представлены в работах [15-19].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные по теме исследования являются вкладом мирового уровня в решение рассмотренных проблем геофизики и геодинамики.

Проведенные исследования по магнитогидродинамике, в частности, показали, что в природных гидромагнитных динамо присутствует непрерывная шкала масштабов, слабо разделенных между собой, и турбулентное течение данного пространственного масштаба генерирует магнитное поле несколько (но не значительно) большего масштаба. Возможно, эта картина верна только при относительно малых  $R_m$ , для которых нами проведен численный эксперимент. Она усложняется нелинейным взаимодействием между полями разных масштабов, составляющих эту шкалу. Если же данная картина генерации магнитных полей верна и при больших  $R_m$ , то мы приходим к выводу, что явление генерации сложнее, чем это следует из представлений о главенствующей роли магнитного  $\alpha$ -эффекта. Тогда, в частности, теряет фатальность для процессов генерации астрофизических магнитных полей катастрофическое подавление  $\alpha$ -эффекта (т.н.  $\alpha$ -quenching) при больших  $R_m$ .

Продолжено исследование эволюции угла наклона оси вращения экзо-Земли в поле притяжения звезды (экзо-Солнца), ближайшего ее спутника (экзо-Луны) и экзо-планет, входящих в планетную систему, в предположении, что экзо-Земля является динамически симметричным твердым телом, а экзо-планеты двигаются по кеплеровским эллипсам вокруг звезды. Проведены расчеты размаха колебаний по углу нутации и возмущенного периода прецессии для частного случая планетной системы, состоящей из звезды и двух планет с симметрично расположенными орбитами, плоскости которых пересекаются под некоторым углом. Показано, предлагаемый подход является более общим, чем подходы, используемые другими авторами. А именно, в других работах либо рассматривается система, состоящая только из (экзо-) Земли, (экзо-) Луны и (экзо-) Солнца, либо рассматривается некоторый частный случай, где временное поведение исследуется численным интегрированием по времени.

Полученные результаты моделирования блоковой динамики и сейсмичности Закавказья подтверждают, что современная сейсмичность и динамика Закавказья является следствием движения Аравийской плиты в северо-северо-восточном направлении. Вариации реологических свойств разломов и нижней коры также влияют на сейсмичность и приводят к изменению числа сильных землетрясений и максимальных магнитуд. Наряду с инструментальными наблюдениями результаты моделирования могут быть использованы для комплексного изучения сейсмической опасности.

Предложен подход к решению проблемы оценки сейсмоопасности внутриплитовых территорий, являющейся одной из актуальных задач современной сейсмологии. Подход основан на морфоструктурном районировании и использовании методов распознавания образов. Сейсмоопасные морфоструктурные узлы, в которых возможны землетрясения с  $M \geq 5.0$ , определены в пределах северо-восточного Египта – внутриплитового региона, который включает Синайский полуостров и северную часть Восточной Пустыни между рекой Нил и Красным морем. Результаты позволили существенно уточнить оценку сейсмической опасности северо-восточного Египта, в частности, для ответственных инженерных сооружений (туннель Исмаилия) и объектов культурного наследия, расположенных в долине Нила.

На примере горно-складчатого сооружения Алтая и Саян проанализированы особенности положения крупных и суперкрупных месторождений металлов в линеаментно-блоковой структуре этого региона, определенной в результате морфоструктурного районирования. Установлена связь рассмотренных месторождений с узлами пересечения линеаментов. Это позволило с помощью математических методов распознавания образов определить характерные геолого-геофизические и геоморфологические признаки узлов, в которых локализованы крупные полиметаллические месторождения, и определить потенциально рудоносные узлы.

Исследована возможность при помощи обычного трехкомпонентного магнитометра получать информацию о локальной геометрии слоев осадочных пород за счет специальной статистической обработки достаточного большого объема минутных данных. Для электроразведки методом пассивного источника магнитотеллурических токов подобная информация необходима как нулевое приближение для модели среды, далее приближение уточняется за счет обработки магнитовариационных данных в широком диапазоне частот. Создание довольно простого нелинейного фильтра и применение его к рутинному потоку данных от стандартного низкочастотного магнитометра является новым результатом, позволяющим без высоких затрат извлекать геологическую информацию из рутинных наблюдений за магнитным полем.

Впервые построено точное решение задачи об изгибе тонкой упругой плиты прямоугольной формы, у которой два противоположных края свободны, а на третьем известны внутренние силовые факторы: самоуравновешенные изгибающий момент и поперечная сила. Полученное решение описывает сброс остаточных напряжений при изгибе литосферных плит вследствие образования разрыва и физические проявления этого явления: остаточные деформации и перемещения фрагментов плиты как абсолютно жестких.

По результатам выполненных исследований опубликованы 17 статей в рецензируемых журналах и 2 препринта, а также сделано 13 докладов на международных и российских научных конференциях.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Andrievsky A., Chertovskih R., Zheligovsky V. Pointwise vanishing velocity helicity of a flow does not preclude magnetic field generation. *Phys. Rev. E*, 99, 2019, 033204, [arxiv.org/abs/1811.00859](https://arxiv.org/abs/1811.00859).
2. Gama S.M.A., Chertovskih R., Zheligovsky V. Computation of kinematic and magnetic  $\alpha$ -effect and eddy diffusivity tensors by Padé approximation. *Fluids*, 4, 2019, 110, [arxiv.org/abs/1906.01423](https://arxiv.org/abs/1906.01423), <https://www.mdpi.com/2311-5521/4/2/110>.
3. Andrievsky A., Chertovskih R., Zheligovsky V. Negative magnetic eddy diffusivity due to oscillogenic  $\alpha$ -effect. *Physica D*, 399, 2019, 58-72, [arxiv.org/abs/1711.02390](https://arxiv.org/abs/1711.02390).
4. Podvigina O., Castro S.B.S., Labouriau I.S. Stability of a heteroclinic network and its cycles: a case study from Boussinesq convection. *Dynamical systems*, 34, 2019, 157-193.
5. Podvigina O., Lohse A. Simple heteroclinic networks in  $R^4$ . *Nonlinearity*, 32, 2019, 3269-3293.
6. Podvigina O., Krasilnikov P.S. Evolution of the obliquity of an exoplanet: A non-resonant case. *Icarus*, 335, 2020, 113371, [<https://doi.org/10.1016/j.icarus.2019.07.005>].
7. Трубицын В.П. Проблемы глобальной геодинамики // Физики Земли. - 2019. - №1. - С. 108-198.
8. Bobrov, A.,M., Baranov A.,A. Thermochemical Mantle Convection with Drifting Deformable Continents: Main Features of Supercontinent Cycle. *Pure and Applied Geophysics*, 2019. Vol.176, No.8. P.3545–3565.
9. Vorovieva, I., Ismail-Zadeh, A., and Gorshkov, A. 2019. Nonlinear dynamics of crustal blocks and faults and earthquake occurrences in the Transcaucasian region, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 297, 106320.
10. Gorshkov A., Hassan H., Novikova O. 2019. Seismogenic nodes ( $M \geq 5.0$ ) in north-east of Egypt and implication for seismic hazard assessment. *Pure Appl. Geophys.* 176(2): 593–610 <https://doi.org/10.1007/s00024-018-2012-9>
11. Gorshkov A., Novikova O., Livinsky A. (2019) Recognition of ore-bearing nodes in the Altai-Sayan region. *Proceedings of the V International Conference «Information Technologies in Earth Sciences and Applications for Geology, Mining and Economy ITES&MP-2019. Moscow 14-18 October 2019. - Moscow: VNIIGeosystem, 2019. P.39.*
12. Ливинский А.И., Новикова О.В., Горшков А.И. (2019). Определение характерных геолого-геофизических признаков мест локализации крупных месторождений металлов в Алтае-Саянском регионе с помощью алгоритмов распознавания образов. // *Современные методы оценки сейсмической опасности и*

прогноза землетрясений: тезисы докладов и программа всероссийской научной конференции с международным участием. 27-28 ноября 2019 г. Москва: ИТПЗ РАН, 2019.С.60-61.

13. Усенко С.В., Прохорова Т.В. Строение и развитие Восточно-Гренландской континентальной окраины и до начала спрединга на хребте Колбейнсей // Вулканология и сейсмология, 2020 (принято в печать)

14. Щербаков В.П., Хохлов А.В., Сычева Н.К. Анализ гипотезы большого Гауссова процесса как способа описания вековых вариаций вектора геомагнитного поля // Физика Земли. - 2019. - №1.-С.214-228. doi:10.31857/S0002-333720191214-228.

15. Kovalenko M.D., Abruков D.A., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G. Exact solutions of boundary value problems in the theory of plate bending in a half-strip: basics of the theory. *Z. Angew. Math. Phys.* **70**, 98 (2019). (Web of Science, Scopus, Q1). DOI: 10.1007/s00033-019-1139-6.

16. Yu G., Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P. Two problems for a strip with a transverse crack: Exact solutions. *J. Phys.: Conf. Ser.* 1215,012037 (2019). (Web of Science, Scopus). DOI: 10.1088/1742-6596/1215/1/012037.

17. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P. On some properties of exact solutions in the form of series in Papkovich–Fadle eigenfunctions. *AIP Conference Proceedings* 2116, 380008 (2019). (Web of Science, Scopus). DOI: 10.1063/1.5114389.

18. Guangming Yu, Yingnian Yu, Daning Wang, Irina V.Menshova and Xiankun Zeng. Risk Analysis and Treatment on Seepage and Breaking of Tailings Dam. *International Journal of Engineering and Technology* 11(4), 224–229 (2019). DOI: 10.7763/IJET.2019.V11.1151.

19. Guangming Yu, Daning Wang, Xiankun Zeng, Mikhail D. Kovalenko, Irina V. Menshova, Alexander P. Kerzhaev, Chunguang Wang, Yuezeng Yang and Chunsheng Wang (2020) Failure Forecast Warning Research and In-Situ Online Monitoring of Tailings Dam Engineering. In: Correia A., Tinoco J., Cortez P., Lamas L. (eds) *Information Technology in Geo-Engineering. ICITG 2019. Springer Series in Geomechanics and Geoengineering*. Springer, Cham. pp 96–105. (Web of Science, Scopus). [https://doi.org/10.1007/978-3-030-32029-4\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-030-32029-4_8)

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

Публикации по теме НИР «НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОДИНАМИКИ, РАЗРАБОТКА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИЗУЧЕНИЯ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ», изданные в 2019 г.

1) Публикации в российских и международных журналах, индексируемых в Web of Science, Scopus, РИНЦ:

1. Трубицын В.П. Проблемы глобальной геодинамики//Физика Земли. - 2019. - №1. -С. 108-198.(Перевод на английский язык – Trubitsyn,V.P. Problems of global geodynamics. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2019, **55**, 1: 152-167, doi:10.1134/S1069351319010129) (WoS Q4)

2. Щербачков В.П., Хохлов А.В., Сычева Н.К. Анализ гипотезы большого Гауссова процесса как способа описания вековых вариаций вектора геомагнитного поля // Физика Земли. - 2019. - №1.-С.214-228. doi:10.31857/S0002-333720191214-228.(Перевод на английский язык – Shcherbakov,V.P., A.V.Khokhlov, and N.K.Sycheva, Analysis of the hypothesis of a Giant Gaussian Process as a means for describing secular variations of the geomagnetic field vector. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2019, **55**, 1: 182-194, doi:10.1134/S1069351319010099) (WoS Q4)

3. Andrievsky A., Chertovskih R., Zheligovsky V. Negative magnetic eddy diffusivity due to oscillogenic  $\alpha$ -effect. *Physica D*, 399, 2019, 58-72, arxiv.org/abs/1711.02390.(WoS Q1)

4. Andrievsky A., Chertovskih R., Zheligovsky V. Pointwise vanishing velocity helicity of a flow does not preclude magnetic field generation. *Phys. Rev. E*, 99, 2019, 033204, arxiv.org/abs/1811.00859. (WoS Q1)

5. Bobrov, A., M., Baranov A., A. Thermochemical Mantle Convection with Drifting Deformable Continents: Main Features of Supercontinent Cycle. *Pure and Applied Geophysics*, 2019. Vol. 176, No. 8. P. 3545–3565.(WoS Q3)

6. Gama S.M.A., Chertovskih R., Zheligovsky V. Computation of kinematic and magnetic  $\alpha$ -effect and eddy diffusivity tensors by Padé approximation. *Fluids*, 4, 2019, 110, arxiv.org/abs/1906.01423 , <https://www.mdpi.com/2311-5521/4/2/110>.(WoS Q4)

7. Gorshkov A., Hassan H., Novikova O. Seismogenic nodes ( $M \geq 5.0$ ) in north-east of Egypt and implication for seismic hazard assessment // *Pure Appl. Geophys.* 2019, 176(2): 593–610 <https://doi.org/10.1007/s00024-018-2012-9> (WoS Q3)

8. Khokhlov, A., R.Krasnoperov, B.Nikolov, J.Nikolova, M.Dobrovolsky, V.Petrov, D.Kudin, and I.Belov, On the directions and structure of the short-term magnetic variations.

Russian Journal of Earth Sciences, 2019, 19, 2: Article ES2002, doi:10.2205/2019ES000656. (WoS Q4)

9. Kovalenko M.D., Abrukov D.A., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G. Exact solutions of boundary value problems in the theory of plate bending in a half-strip: basics of the theory. *Z. Angew. Math. Phys.* **70**, 98 (2019). (WoSQ1, Scopus). DOI: 10.1007/s00033-019-1139-6.

10. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P. On some properties of exact solutions in the form of series in Papkovich–Fadle eigenfunctions. *AIP Conference Proceedings* 2116, 380008 (2019). (WoS Q4, Scopus). DOI: 10.1063/1.5114389.

11. Podvigina O., Castro S.B.S., Labouriau I.S. Stability of a heteroclinic network and its cycles: a case study from Boussinesq convection. *Dynamical systems*, 34, 2019, 157-193. (WoS Q4)

12. Podvigina O., Krasilnikov P.S. Evolution of the obliquity of an exoplanet: A non-resonant case. *Icarus*, 335, 2020, 113371, [<https://doi.org/10.1016/j.icarus.2019.07.005>]. (WoS Q2)

13. Podvigina O., Lohse A. Simple heteroclinic networks in  $\mathbb{R}^4$ . *Nonlinearity*, 32, 2019, 3269-3293. (WoS Q1)

14. Shcherbakov, V.P., A.V. Khokhlov, and N.K. Sycheva, Analysis of the Hypothesis of a Giant Gaussian Process as a Means for Describing Secular Variations of the Geomagnetic Field Vector. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2019, **55**, 1: 182-194, doi:10.1134/S1069351319010099. (WoS Q4)

15. Vorobieva, I., Ismail-Zadeh, A., and Gorshkov, A., 2019. Nonlinear dynamics of crustal blocks and faults and earthquake occurrences in the Transcaucasian region, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 297, 106320. (WoS Q2)

16. Yu G., Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P. Two problems for a strip with a transverse crack: Exact solutions. *J. Phys.: Conf. Ser.* 1215, 012037 (2019). (WoS Q4, Scopus). DOI: 10.1088/1742-6596/1215/1/012037.

17. Guangming Yu, Yingnian Yu, Daning Wang, Irina V. Menshova and Xiankun Zeng. Risk Analysis and Treatment on Seepage and Breaking of Tailings Dam. *International Journal of Engineering and Technology* 11(4), 224–229 (2019). DOI: 10.7763/IJET.2019.V11.1151. (Scopus)

18. Guangming Yu, Daning Wang, Xiankun Zeng, Mikhail D. Kovalenko, Irina V. Menshova, Alexander P. Kerzhaev, Chunguang Wang, Yuezeng Yang and Chunsheng Wang (2020) Failure Forecast Warning Research and In-Situ Online Monitoring of Tailings Dam Engineering. In: Correia A., Tinoco J., Cortez P., Lamas L. (eds) *Information Technology in*

Geo-Engineering. ICITG 2019. Springer Series in Geomechanics and Geoengineering. Springer, Cham. pp 96–105. (Scopus).[https://doi.org/10.1007/978-3-030-32029-4\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-030-32029-4_8).

2) Прочие публикации по теме НИР:

**Препринты:**

1. Зверяев Е.М., Коваленко М.Д., Абриков Д.А., Меньшова И.В., Кержаев А.П. О разложениях по функциям Папковича–Фадля в задаче изгиба пластины. Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 38. 28 с. DOI: 10.20948/prepr-2019-38.URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-38>

2. Зверяев Е.М., Коваленко М.Д., Абриков Д.А., Меньшова И.В., Кержаев А.П. Примеры точных решений задач изгиба пластины со свободными лицевыми плоскостями. Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 46. 17 с. DOI: 10.20948/prepr-2019-46.URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-46>

**Материалы конференций**

1. Баранов А.А. Бобров А.М. Эволюция полей напряжений в процессе суперконтинентального цикла: численное моделирование. 5-ая Международная конференция "Триггерные эффекты в геосистемах" (Институт динамики геосфер РАН, г. Москва, Россия, 4-7 июня 2019) <https://conf2019.idg.ras.ru/>

2. Желиговский В.А. Всё, что надо знать о геодинамо, за 15 минут // Современные методы оценки сейсмической опасности и прогноза землетрясений: тезисы докладов и программа всероссийской научной конференции с международным участием. 27-28 ноября 2019 г. Москва: ИТПЗ РАН, 2019. С. 44-45.

3. Ливинский А.И., Новикова О.В., Горшков А.И. (2019). Определение характерных геолого-геофизических признаков мест локализации крупных месторождений металлов в Алтае-Саянском регионе с помощью алгоритмов распознавания образов. // Современные методы оценки сейсмической опасности и прогноза землетрясений: тезисы докладов и программа всероссийской научной конференции с международным участием. 27-28 ноября 2019 г. Москва: ИТПЗ РАН, 2019. С.60-61.

4. Подвигина О.М. Гетероклинические циклы в геофизике и гидродинамике. // Современные методы оценки сейсмической опасности и прогноза землетрясений: тезисы докладов и программа всероссийской научной конференции с международным участием. 27-28 ноября 2019 г. Москва: ИТПЗ РАН, 2019. С. 74-75.

5. А.,В. Хохлов. Негауссовская форма кривых экспериментальных данных—кто виноват и что делать?” 25 сентября 2019, Международная Школа «Проблемы палеомагнетизма и магнетизма горных пород», Москва-Борок.
6. Gorshkov A., Novikova O.(2019) Potential earthquake sources M6+ in the Maghrebides 27<sup>th</sup> IUGG 2019 General Assembly, 8-18 July 2019, Montreal, Canada [https://www.czech-in.org/cmPortalV15/CM\\_W3\\_Searchable/iugg19/normal#!abstractdetails/0000697670](https://www.czech-in.org/cmPortalV15/CM_W3_Searchable/iugg19/normal#!abstractdetails/0000697670)
7. Gorshkov A.I., Novikova O.V., Gaudemer Y. Mandal P., Hassan H. (2019) Identifying potential earthquake sources in the continental environments // Современныетодыоценкисейсмическойопасностиипрогнозаземлетрясений: тезисыдокладовипрограммавсероссийскойнаучнойконференцииисмеждународнымучастие м. 27-28 ноября 2019 г. Москва: ИТПЗРАН, 2019.С.97-98.
8. Gorshkov A., Novikova O., Gaudemer Y., Mandal P., Hassan H. (2019). Possible Locations of Earthquake Sources in the Continental Environments: Method and Applications. 27<sup>th</sup> IUGG 2019 General Assembly, 8-18 July 2019, Montreal, Canada [https://www.czech-in.org/cmPortalV15/CM\\_W3\\_Searchable/iugg19/normal#!abstractdetails/0000697670](https://www.czech-in.org/cmPortalV15/CM_W3_Searchable/iugg19/normal#!abstractdetails/0000697670)
9. Gorshkov A., Novikova O., Livinsky A. (2019) Recognition of ore-bearing nodes in the Altai-Sayan region. Proceedings of the V International Conference «Information Technologies in Earth Sciences and Applications for Geology, Mining and Economy ITES&MP-2019. Moscow 14-18 October 2019. - Moscow: VNIIGeosystem, 2019. P.39.
10. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Shulyakovskaya T.D. Two problems for a half-strip with stiffeners: Exact solutions. In: 17th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM 2019), Rhodes, Greece, 23-28 September 2019.(Устный доклад, докладчик –Меньшова И.В.).
11. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P. The semi-strip with longitudinal stiffeners in tension-compression and bending: Exact solution. In: 17th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM 2019), Rhodes, Greece, 23-28 September 2019.
12. Guangming Yu, Daning Wang, Xiankun Zeng, Mikhail D. Kovalenko, Irina V. Menshova, Alexander P. Kerzhaev, Chunguang Wang, Yuezeng Yang and Chunsheng Wang. Failure Forecast Warning Research and In-Situ Online Monitoring of Tailings Dam Engineering. In: 3rd International Conference on Information Technology in Geo-Engineering (ICITG 2019), Guimarães, Portugal, September 29 – October 2, 2019.
13. Guangming Yu, Yingnian Yu, Daning Wang, Irina V.Menshova and Xiankun Zeng. Risk Analysis and Treatment on Seepage and Breaking of Tailings Dam. In: 2019 6th

International Conference on Geological and Civil Engineering (ICGCE 2019), Osaka, Japan, 9-11 January 2019.

Руководитель темы:

\_\_\_\_\_

А.И.Горшков