

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ИНСТИТУТ ТЕОРИИ ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ГЕОФИЗИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИТПЗ РАН)

УДК 550.3

№ госрегистрации 115080610011

Инв. № 2019-5



УТВЕРЖДАЮ

Директор ИТПЗ РАН

докт. физ.-мат. наук

А.И.Горшков

«30» января 2019 г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ ПО ТЕМЕ

РАЗРАБОТКА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
АНАЛИЗА МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЛЯ
ОПИСАНИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
(заключительный, 2016-2018 годы)

Заведующий лабораторией регистрации
и интерпретации волновых полей
канд. физ.-мат. наук

 К.В. Кислов

Заведующий лабораторией математических
проблем нелинейной динамики
канд. физ.-мат. наук

 М.Г. Шнирман

Заведующий лабораторией
геодинамики
докт. физ.-мат. наук

 В.А. Желиговский

Москва 2019

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы,
вед. науч. сотр., зав. лаб.
канд. физ.-мат. наук

М.Г. Шнирман

Ответственные исполнители:

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук

Е.М. Блантер

вед. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук

М.Д.Коваленко

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук

И.В. Меньшова

гл. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук

Г.М. Молчан

ст. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук

Р.Г. Новиков

ст. науч. сотр.
канд. техн. наук

А.С. Фомочкина

Подписи сотрудников ИТПЗ РАН

заверяю

Ученый секретарь ИТПЗ РАН, к. ф.-м. н.



А.К. Некрасова

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ИНСТИТУТ ТЕОРИИ ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ГЕОФИЗИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИТПЗ РАН)

УДК 550.3

№ госрегистрации 115080610011

Инв. № 2019-5

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИТПЗ РАН

докт. физ.-мат. наук

_____ А.И.Горшков

« »

2019 г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ ПО ТЕМЕ

РАЗРАБОТКА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
АНАЛИЗА МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЛЯ
ОПИСАНИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
(заключительный, 2016-2018 годы)

Заведующий лабораторией регистрации
и интерпретации волновых полей
канд. физ.-мат. наук

К.В. Кислов

Заведующий лабораторией математических
проблем нелинейной динамики
канд. физ.-мат. наук

М.Г. Шнирман

Заведующий лабораторией
геодинамики
докт. физ.-мат. наук

В.А. Желиговский

Москва 2019

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы,
вед. науч. сотр., зав. лаб.
канд. физ.-мат. наук

М.Г. Шнирман

Ответственные исполнители:

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук

Е.М. Блантер

вед. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук

М.Д.Коваленко

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук

И.В. Меньшова

гл. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук

Г.М. Молчан

ст. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук

Р.Г. Новиков

ст. науч. сотр.
канд. техн. наук

А.С. Фомочкина

РЕФЕРАТ

Отчет 18 с., 24 источника

СОЛНЕЧНАЯ АКТИВНОСТЬ, МЕРИДИОНАЛЬНЫЙ ПОТОК, 11-ЛЕТНИЙ ЦИКЛ, СИНХРОНИЗАЦИЯ, ДРОБНОЕ БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ, КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ, РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ, МНОГОТОЧЕЧНЫЕ РАССЕИВАТЕЛИ, ТОМОГРАФИЯ, ЕСТЕСТВЕННЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ШУМ СРЕДЫ

Исследования по теме проводились в 2016-2018 гг. и включали следующие работы. Построение и изучением математических моделей, описывающих нелинейные процессы солнечной активности, в частности, разработку модели, описывающей динамику фазовой синхронизации солнечной активности в северной и южной полусферах Солнца; решения обратной задачи восстановления частот вращения циркуляционных ячеек меридионального потока, настройку предложенных алгоритмов и подготовку компьютерного кода для решения обратной задачи; оценку параметров эволюции меридионального потока Солнца; проведение модельных симуляций для определения устойчивости полученных оценок. Введены два показателя, характеризующие высокочастотную компоненту – до 6 дней – солнечной активности: один из них определен по интенсивности поялений пятен, второй – через вычисления спектра. Установлены разнонаправленные изменения этих показателей при переходе в 1940х годах от эпохи низкой к эпохе высокой солнечной активности. Кроме того в рамках работ по теме сделана попытка теоретического обоснования омега-квадрат гипотезы для сейсмического сигнала в дальней зоне и исследована лог-асимптотика вероятности непревышения фиксированного уровня дробным броуновским движением с многомерным временем в больших пространственных объемах. Выполнено построение и исследование решений краевых задач теории упругости, которые могут найти применение в задачах механики очага землетрясения. Предложены новые методы решения систем линейных и нелинейных уравнений, позволяющие эффективную реализацию на многопроцессорных компьютерах. Исследованы некоторые динамические системы и обратные задачи для них, в частности, многоточечные рассеиватели со связанными состояниями в трехмерном пространстве при нулевой энергии и томография, использующая вместо активного зондирования естественный случайный шум среды.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ	5
2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ	7
2.1. Изучение фазовой синхронизации в эволюции солнечного динамо	7
2.2. Анализ высокочастотной компоненты солнечной активности	8
2.3. Омега-квадрат гипотеза для сейсмического источника	8
2.4. Исследование лог-асимптотики вероятности непревышения фиксированного уровня дробным броуновским движением с многомерным временем в больших пространственных объемах	9
2.5. Построение и исследование решений краевых задач теории упругости с целью их применения в прикладных задачах механики очага землетрясения	9
2.6. Методы решения систем линейных и нелинейных уравнений	11
2.7. Исследование динамических систем и обратных задач для них	11
3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ	14
4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	16

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования по теме выполнялись в рамках направлений фундаментальных исследований 128 "Физические поля, внутреннее строение Земли и глубинные геодинамические процессы", 136 "Катастрофические эндогенные и экзогенные процессы, включая экстремальные изменения космической погоды: проблемы прогноза и снижения уровня негативных последствий" и 138 "Научные основы разработки методов, технологий и средств исследования поверхности и недр Земли, атмосферы, включая ионосферу и магнитосферу Земли, гидросферы и криосферы; численное моделирование и геоинформатика (инфраструктура пространственных данных и ГИС-технологии)" Раздела IX "Науки о Земле" Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы.

Солнечная активность является классическим примером эволюции нелинейной системы, демонстрирующей малоразмерный хаос, квазипериодическое поведение и смены режима. Одной из важных компонент, влияющих на изменение режима солнечной активности является меридиональный поток, возникающий между границей зоны конвекции и поверхностью Солнца. Меридиональный поток образует отдельные циркуляционные ячейки в северной и южной полусферах. Движение в циркуляционных ячейках вблизи поверхности Солнца направлено от экватора к полюсам и оказывает воздействие на образование полярного поля и образование следующего солнечного цикла. Движение глубинного меридионального потока на границе зоны конвекции направлено к экватору, что объясняет миграцию солнечных пятен к экватору. Кросс-экваториальное взаимодействие циркуляционных ячеек влияет на ослабление солнечного цикла и последующий минимум солнечной активности. Последние достижения гелиосейсмологии позволили восстановить скорости меридионального потока вблизи поверхности солнца в последние 3-4 цикла. Однако, глубинные слои Солнца остаются по-прежнему недоступны прямым наблюдениям. Результаты выполненных исследований показывают связь между фазовой асимметрией солнечной активности в северной и южной полусферах и асимметрией ячеек меридионального потока, а также оценить среднюю величину кросс-экваториального взаимодействия.

Современная литература, обсуждает природу солнечных 11-летних циклов, в контексте механизма солнечного динамо, который воспроизводит скорее черты отдельных циклов, чем вариации, происходящие от цикла к циклу. Тем не менее, вариации, происходящие от цикла к циклу, также исследуются, например, в рамках одномерной модели солнечного динамо, механизма Babcock-Leighton и классических моделей средних полей со случайной силой. В нашем исследовании выявляются и анализируются ранее неизвестные эмпирические закономерности 11-летней цикличности, которые должны быть приняты во внимание при общем моделировании солнечного динамо.

Известная омега-квадрат гипотеза в сейсмологии предполагает, что смещение поверхности $u(t)$ в дальней зоне убывает как обратный квадрат частоты в диапазоне $\sim 1-30$ Hz. Этот важный эмпирический факт остается недоказанным, но активно используется на практике. Выполненное исследование дает новую информацию для понимания омега-квадрат гипотезы в рамках кинематических моделей источника.

Исследована лог-асимптотика вероятности неперевышения фиксированного уровня дробным броуновским движением с многомерным временем в больших пространственных объемах.

С целью последующего применения в задачах механики очага землетрясения и других прикладных задачах построены и исследованы точные решения некоторых краевых задач теории упругости.

Выполнен анализ разработанного ранее метода решения систем линейных и нелинейных уравнений с использованием свойств особых точек векторного поля и предложены новые методы решения таких систем, позволяющие эффективную реализацию на многопроцессорных компьютерах.

Рассмотрено модельное гармоническое (по времени) уравнение акустической томографии движения жидкости в открытой ограниченной области в \mathbb{R}^d , $d \geq 2$, с переменными скоростью звука, плотностью, скоростью жидкости и коэффициентом поглощения. Исследованы многоточечные рассеиватели со связанными состояниями в трехмерном пространстве при нулевой энергии. Построены примеры таких рассеивателей с кратным нулевым собственным значением или с сильной мультипольной локализацией связанных состояний нулевой энергии. Для модели Бете-Пайерлса взаимодействия нейтрона и протона получено полное решение обратной задачи рассеяния, включая вопросы единственности, неединственности, реконструкции и характеристики.

Рассмотрена пассивная томография, использующая вместо активного зондирования естественный случайный шум среды (Солнца, океана и т.п.), и получены первые строгие математические результаты по монохроматической обратной задаче такой томографии.

2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

2.1. Изучение фазовой синхронизации в эволюции солнечного динамо

Построена модель Курамото двух нелинейных связанных осцилляторов с постоянными частотами и переменной связью, описывающая фазовую синхронизацию между двумя компонентами магнитного поля Солнца (тороидальной и полоидальной). Компоненты солнечной активности представляются двумя дневными индексами: числами солнечных пятен и геомагнитным индексом aa , соответственно. Показано, что несимметрия связи между осцилляторами порождает вариацию длины солнечного цикла, наблюдаемую в реальности. Получено, что аналогично симметричной модели, построенной ранее, изменение знака связи между осцилляторами определяет фазовую де-синхронизацию между двумя компонентами, наблюдаемую в аномальном 20-м цикле солнечной активности. Исследовано влияние дополнительных периодичностей солнечной активности в интервале периодов от 1 до 4 лет на восстановление коэффициентов связи при решении обратной задачи. Результаты опубликованы в статье [5].

Разработана методика определения мгновенной фазы солнечного цикла в скользящем временном окне. По дневным данным о площадях солнечных пятен в Северной и Южной полушарах получены два дневных фазовых индекса, отражающих эволюцию фазы тороидальной компоненты солнечного магнитного поля в двух полушарах. Разница этих индексов отражает фазовую асимметрию магнитного поля Солнца относительно экватора. Получено, что фазовая асимметрия дважды за последние 100 лет меняет знак: в районе 1927 и в районе 1968 годов, что отражает смену лидирующей полушары и соответствует датам известным из литературы. Построена модель Курамото двух линейных связанных осцилляторов с переменными частотами и постоянной симметричной связью, описывающая изменение разницы между фазовыми индексами в Северной и Южной полушарах. В качестве индексов, характеризующих солнечную активность в двух полушарах рассмотрены фазы солнечного цикла дневных площадей солнечных пятен по базе данных RGO/NOAA. Получено, что величина фазовой десинхронизации полушар зависит от естественных частот вращения осцилляторов. Посредством решения обратной задачи восстановлены естественные частоты вращения циркуляционных ячеек меридионального потока. Показано, что эволюция естественных частот осцилляторов в двух полушарах определяет изменения длительности солнечного цикла. Проведена оценка асимметрии скоростей меридионального потока в двух полушарах в предположении независимости эволюции естественных частот. Получено, что наблюдаемая фазовая асимметрия солнечной активности в северной и южной полушарах реализуется при относительно малых значениях асимметрии меридионального потока. Проведена оценка связи между циркуляционными ячейками меридионального потока в двух полушарах. При помощи

модельных симуляций показано, что полученные оценки асимметрии и связи между полусферами являются оценками сверху. Результаты опубликованы в статье [11].

2.2. Анализ высокочастотной компоненты солнечной активности

На основе открытых баз данных, содержащих информацию о месте, времени и размере наблюдаемых групп солнечных пятен, построено распределение групп солнечных пятен по размерам. Под размером группы понимается интеграл от площади группы, заданной как функция времени. Техническая сложность в построении распределения связана с тем, что из-за вращения Солнца вокруг своей оси земному наблюдателю пятна видны не более четырнадцати дней подряд. В связи с этим возникает задача о распознавании групп пятен, "родившихся" на левой границе видимости солнечного диска. Она решена статистически корректно путём вычисления доли групп пятен данного размера, "родившихся" на тестовой долготе внутри солнечного диска среди всех групп, имеющих этот размер. Написана соответствующая компьютера процедура, решающая задачу распознавания. Показано, что распределение групп по размерам масштабно инвариантно в области малых и средних групп. Предложено описание физических процессов, которые могли бы привести к появлению масштабной инвариантности в распределении групп пятен.

Солнечная активность представлена в виде произведения продолжительности жизни групп солнечных пятен и интенсивности их появления. Интенсивность рождаемости характеризует высокочастотную компоненту эволюции активности. Показано, что при переходе к высокой солнечной активности интенсивность рождаемости увеличивается. Установлено также, что другая естественная характеристика высокочастотной компоненты активности в это же время уменьшается. В скользящем четырёхлетнем окне мы вычислили спектр ежедневных данных индекса ISSN и выделили его часть, связанную с высокими частотами (соответствующие периоды меньше 6 дней). Энергия этой части спектра уменьшилась в 1940-ые годы. Результаты исследования опубликованы в статье [15] и вошли в доклад [23].

2.3. Омега-квадрат гипотеза для сейсмического источника

Выполнен анализ проблемы, связанной с известной омега-квадрат гипотезой в сейсмологии, которая предполагает, что смещение поверхности $u(t)$ в дальней зоне убывает как обратный квадрат частоты в диапазоне $\sim 1-30$ Hz и пока является недоказанным эмпирическим фактом. Анализ проблемы основан на интегральном представлении $u(t)$ в терминах функции источника f и на спектральном анализе локальных особенностей f . Выполнена классификация локальных особенностей, которые могут генерировать омега-квадрат поведение сигнала на массивном множестве приемников. Наиболее

интересны из них два локальных фрагмента f : первый, когда f имеет классическую особенность типа обратного квадратного корня вблизи фронта разрыва, а фронтальная поверхность кусочно-гладкая; и второй, когда f ограничена вблизи фронта разрыва, а фронтальная поверхность слегка шероховата. Эти факты полезны для понимания омега-квадрат гипотезы в рамках кинематических моделей источника. По полученным результатам подготовлена статья [8], помещенная на сайт arXiv.org (<https://arxiv.org/abs/1604.05877>).

2.4. Исследование лог-асимптотики вероятности непревышения фиксированного уровня дробным броуновским движением с многомерным временем в больших пространственных объемах

В 1992 г. Я.Г.Синай, отталкиваясь от физических задач, рассмотрел процесс, производная которого есть броуновское движение, и нашел асимптотику вероятности $P(T)$ того, что процесс не выйдет за фиксированный уровень 1 в большом интервале времени $(0, T)$. В 1999 г. подобная задача была решена для процесса дробного броуновского движения с параметром гладкости H . Решение было сложным, поскольку процесс обладал свойством сильного удаленного взаимодействия. В 2017 г. исследован вопрос об асимптотике $P(T)$ для дробного броуновского движения с многомерным временем в сферической области, опирающейся на диаметр $(0, T)$ (в нуле процесс равен нулю). Многомерная специфика задачи потребовала создания принципиально новых подходов к асимптотическому анализу $P(T)$. Полученный результат, опубликованный в статье [14], может быть сформулирован следующим образом: если d размерность пространства, а H параметр гладкости процесса, тогда $\ln P(T) = (H - d + o(1)) \ln T$.

2.5. Построение и исследование решений краевых задач теории упругости с целью их применения в прикладных задачах механики очага землетрясения

Совместно с Государственным научно-исследовательским институтом авиационных систем построены аналитические модели краевых задач теории упругости, объясняющие явления кинематической и геометрической несовместностей в некоторых разломных зонах. Полученные результаты опубликованы в статье [3].

Для полученных точных решений различных основных и смешанных задач двумерной теории упругости и теории изгиба тонких плит в конечных канонических областях, в частности, для прямоугольных пластин с разрывами сплошности выполнен анализ влияния смены типа граничных условий по границам плит на решение. Полученные результаты опубликованы в статье [13].

Построено решение первой основной нечетно-симметричной краевой задачи теории упругости в полуполосе со свободными длинными сторонами. Решение представляется в виде рядов по собственным функциям

Папковича–Фадля, коэффициенты которых находятся в явном виде при помощи функций, биортогональных к функциям Папковича–Фадля. Полученное решение описывает остаточные напряжения в бесконечной полосе с нулевыми граничными условиями на ее сторонах и перемещения, возникающие при сбросе остаточных напряжений, вследствие образования разрыва горных пород. Результаты опубликованы в статье [19].

Предложен метод решения смешанных краевых задач теории упругости в бесконечной горизонтальной полосе, у которой имеются две точки смены типа граничных условий, расположенные на верхней и нижней сторонах полосы и лежащие на концах вертикального отрезка – линии стыка левой и правой полуполос. Решения справа и слева от линии стыка представляются в виде рядов по собственным функциям, отвечающим тем или иным граничным условиям на горизонтальных сторонах правой и левой полуполос. На стыке полуполос могут быть заданы условия непрерывности решения либо, наоборот, разрывы перемещений или напряжений. Основная идея метода иллюстрируется вначале на примере смешанной краевой задачи для гармонического уравнения, а затем решается смешанная краевая задача теории упругости, в которой на стыке полуполос участвуют две тригонометрические системы функций с различными собственными числами. Рассмотрены примеры, когда: 1) на стыке полуполос заданы условия непрерывности перемещений и напряжений; 2) на стыке полуполос задан разрыв продольных перемещений; 3) на стыке задан разрыв поперечных перемещений. Результаты опубликованы в статье [21] и вошли в доклад [24].

Построены примеры точных решений нечетно-симметричной краевой задачи теории упругости в полуполосе со свободными продольными сторонами в следующих постановках: а) на торце полуполосы заданы напряжения; б) на торце полуполосы заданы перемещения; в) торец полуполосы рассматривается, как линия разрыва продольных или поперечных перемещений в бесконечной полосе. Решения всех задач представляются в виде рядов по собственным функциям Фадля-Папковича, коэффициенты которых находятся в явном виде при помощи функций, биортогональных к функциям Фадля-Папковича. Показано, что полученное решение описывает остаточные напряжения в бесконечной полосе с нулевыми граничными условиями на ее сторонах и смещениями, возникающими при освобождении остаточных напряжений вследствие образования разрыва. Те же формулы дают точное решение краевой задачи для полуполосы с напряжениями, указанными в ее конце в традиционном утверждении, теперь должны быть приняты только смещения с противоположным знаком. В построенных решениях угловые точки имеют свойства бесконечно малых элементов, причем для единственности решения граничные функции должны быть заданы вместе со всеми их производными. В этом они отличаются от угловой точки бесконечного клина. Окончательные формулы просты и могут быть легко использованы в приложениях. Результаты опубликованы в статье [20].

2.6. Методы решения систем линейных и нелинейных уравнений

Выполнен анализ разработанного ранее метода решения систем линейных и нелинейных уравнений с использованием свойств особых точек векторного поля. Для этого метода трудности вызывает отделение случая, когда рассматриваемая область локализации содержит несколько особых точек, от случая, когда внутри области их нет. Предложена методика, которая позволяет разделить эти два случая для некоторых функций. Методика опробована на ряде примеров. Полученные результаты опубликованы в статье [10].

Предложены вычислительные методы решения дифференциальных уравнений и систем двух дифференциальных уравнений с начальными условиями, которые являются существенным дополнением классических методов решения задачи Коши и дают новый признак правильности оценки функции-решения. Данный признак базируется на геометрическом построении решения нескольких задач Коши, отличающихся между собой только начальными условиями. Сформулированы алгоритм построения решения на исследуемом интервале и возможность обобщения признака на системы двух дифференциальных уравнений, когда решением будет уже не просто функция, а функция в пространстве. Предложенные методы обладают свойством естественного параллелизма, то есть легко распараллеливаются и, следовательно, могут быть эффективно реализованы на многопроцессорных компьютерах. Полученные результаты опубликованы в статье [16].

2.7. Исследование динамических систем и обратных задач для них

Изучены свойства преобразований типа Мутара для обобщенных аналитических функций. В частности, предложена интерпретация обобщенных аналитических функций как спинорных полей и показано, что в рамках этого подхода преобразования типа Мутара таких функций коммутируют с голоморфными заменами переменных. Полученные результаты опубликованы в статьях [1, 2, 6, 7].

Рассмотрено модельное гармоническое (по времени) уравнение акустической томографии движения жидкости в открытой ограниченной области в \mathbb{R}^d , $d \geq 2$, с переменными скоростью звука, плотностью, скоростью жидкости и коэффициентом поглощения. Получены условия глобальной единственности для связанной с этим уравнением обратной краевой задачи в случае данных измерений на границе для двух и для трех фиксированных частот. Кроме того, получен пример неединственности для этой обратной задачи в случае данных измерений на границе для всех частот. По полученным результатам опубликована статья [4].

Рассмотрена безфазовая обратная задача рассеяния для уравнения Шредингера с компактным носителем потенциала в размерности $d \geq 2$. Получены явные формулы для решения этой задачи на основе подходящих данных при высоких энергиях. Как следствие, дано также условие

глобальной единственности для решения этой задачи на основе подходящих данных по фиксированной энергетической окрестности. Полученные результаты опубликованы в статье [9].

Исследованы многоточечные рассеиватели со связанными состояниями в трехмерном пространстве при нулевой энергии. Построены примеры таких рассеивателей с кратным нулевым собственным значением или с сильной мультипольной локализацией связанных состояний нулевой энергии. Рассмотрена безфазовая обратная задача рассеяния для уравнения Шредингера с компактным носителем потенциала в размерности $d \geq 2$ (Борновская аппроксимация при высоких энергиях). Выведены явные формулы для решения этой задачи на основе подходящих данных при высоких энергиях, для которых получены оценки ошибок. Как следствие, дано также условие глобальной единственности для решения этой задачи на основе подходящих данных по фиксированной энергетической окрестности. Результаты исследований опубликованы в статьях [9, 12].

Рассмотрена модель Бете-Пайерлса взаимодействия нейтрона и протона, предложенная в 1935 году и сводящаяся к уравнению Шредингера с точечным потенциалом. Прямая задача для этой модели ранее изучалась многими исследователями. Для этой модели получено полное решение обратной задачи рассеяния, включая вопросы единственности, неединственности, реконструкции и характеристики. В качестве данных рассеяния рассматриваются амплитуда рассеяния (с фазовой информацией) или эффективное сечение рассеяния (не содержащее фазовой информации). Все полученные результаты представлены явными формулами и опубликованы в статье [22].

Рассмотрены весовые преобразования Радона по гиперплоскостям с положительными весами от функций с компактным носителем. Такие преобразования описывают измеряемые данные во многих важных томографических задачах. Впервые построен пример такого преобразования с ненулевым ядром (то есть преобразования, теряющего однозначную обратимость) в многомерном случае (в размерности 3 и выше). Тем самым дано решение вопроса, открытого с 1993 года, когда шведским математиком Боманом пример такого типа был построен в размерности 2. Полученные результаты опубликованы в статье [18].

Рассмотрена томография, использующая вместо активного зондирования естественный случайный шум среды (Солнца, океана и т.п.). Хорошо известно, что измеряемые данные в этом случае приводят к граничным значениям мнимой части функции Грина из теории рассеяния. Обнаружены монохроматические алгебраические соотношения между вещественной и мнимой частью такой функции Грина (для случая жидкой среды при отсутствии поглощения и течений). С использованием этих соотношений получены первые строгие математические результаты по монохроматической обратной задаче пассивной томографии. Более точно, на основе этих алгебраических соотношений создана возможность найти по монохроматическим граничным значениям мнимой части функции Грина,

описывающей данные пассивной томографии, полные монохроматические граничные значения функции Грина, описывающей данные стандартной активной томографии. Далее для решения обратной задачи могут быть использованы математические методы активной монохроматической томографии. Полученные результаты опубликованы в статье [17].

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполненных исследований увеличена сфера применения фазовой синхронизации для определения параметров сложных систем, недоступных наблюдениям. В частности, показано, что пространственная несимметрия меридионального потока и кросс-экваториальная связь между циркуляционными ячейками играет значительную роль в смене лидирующей полусферы и возникновении аномальных периодов солнечной активности. Полученные результаты расширяют и уточняют представление о роли меридионального потока в солнечном динамо и создают основу для построения адекватной физической модели эволюции солнечной активности.

Вычислены низко- и высокочастотные составляющие спектра солнечного индекса ISSN в четырёхлетнем скользящем окне. Граница между компонентами установлена в 6 дней. Показано, что эволюция низкочастотной компоненты согласуется с динамикой солнечной активности в целом, демонстрируя 11-летний цикл с «длинными» максимумами. Высокочастотная компонента спектра в максимумах циклов уменьшилась при переходе в 1940х от эпохи низкой к эпохе высокой солнечной активности. Это наблюдение контринтуитивно, поскольку увеличение активности увеличивает шум, вычисленный, например, с помощью стандартного отклонения. Обоснование неожиданного поведения спектра может быть полезным при построении полной теории солнечного динамо.

Полученные результаты теоретического анализа, связанного с омега-квадрат гипотезой являются новыми и неожиданными из-за трудностей анализа двумерных очагов. Они важны для понимания омега-квадрат гипотезы в рамках кинематических моделей источника.

Исследование вопроса об асимптотике вероятности того, что процесс не выйдет за фиксированный уровень 1 в большом интервале времени, для дробного броуновского движения с многомерным временем потребовало создания принципиально новых подходов к асимптотическому анализу указанной вероятности.

Развита двумерная математическая теория остаточных напряжений и обозначены ее возможные приложения в механике горных пород. В частности, могут быть сделаны выводы прикладного характера: образование разрывов может быть обусловлено сбросом остаточных напряжений; остаточные напряжения самоуравновешены, поэтому они знакопеременны и локализуются в окрестности будущего разрыва, а их абсолютные значения могут достигать значений, близких к пределу прочности; сброс остаточных напряжений (образование разрыва) может сопровождаться смещениями и поворотами фрагментов распавшейся области, как абсолютно жестких; эти фрагменты нельзя сложить вновь без зазоров; природа остаточных напряжений может быть разной, в частности, они могут быть обусловлены неравномерным разогревом и последующим охлаждением; с остаточными напряжениями, возможно, связаны такие явления, как горные удары,

дезинтеграция горной породы вокруг шахт и землетрясения, рассматриваемые, как горные удары большого масштаба.

Разработаны новые методы решения систем линейных и нелинейных уравнений, позволяющие эффективную реализацию на многопроцессорных компьютерах.

Построены примеры многоточечных рассеивателей со связанными состояниями в трехмерном пространстве при нулевой энергии с кратным нулевым собственным значением или с сильной мультипольной локализацией связанных состояний нулевой энергии.

По результатам выполненных исследований опубликовано 5 статей в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах и сделан доклад на Генеральной ассамблее Европейского союза наук о Земле.

Получены первые строгие математические результаты по монохроматической обратной задаче пассивной томографии, использующей вместо активного зондирования естественный случайный шум среды (Солнца, океана и т.п.).

По результатам выполненных исследований опубликовано 22 статьи в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах и сделано 2 доклада на международных научных конференциях.

4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Статьи, опубликованные в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах

2016 год

1. Гриневич П.Г., Новиков Р.Г. Обобщенные аналитические функции, преобразования типа Мутара и голоморфные отображения // *Функциональный анализ и его приложения*, 2016, т.50, № 2. С.81-84, doi:10.4213/faa3237.
2. Новиков Р.Г., Тайманов И.А. Преобразование типа Мутара для матричных обобщенных аналитических функций и калибровочные преобразования // *УМН*, 2016, т.71, № 5(431). С.179-180, doi:10.4213/rm9741.
3. Себряков Г.Г., Коваленко М.Д., Меньшова И.В., Шуляковская Т.Д. Нечетно-симметричная краевая задача для полуполосы с продольными ребрами жесткости. Биортогональные системы функций и разложения Лагранжа // *ДАН*, 2016, т.468, № 3. С.280-284, doi:10.7868/S0869565216150123.
4. Agaltsov, A.D., and R.G. Novikov, Uniqueness and non-uniqueness in acoustic tomography of moving fluid. *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems*, 2016, **24**, 3: 333-340, doi:10.1515/jiip-2015-0051.
5. Blanter, E., J.-L. Le Mouél, M. Shnirman, and V. Courtillot, Kuramoto model with non-symmetric coupling reconstructs variations of the Solar-cycle period. *Solar Phys.*, 2016, **291**, 3: 1003-1023, doi:10.1007/s11207-016-0867-4.
6. Grinevich, P.G., and R.G. Novikov, Moutard transform approach to generalized analytic functions with contour poles. *Bulletin des Sciences Mathematiques*, 2016, **140**, 6: 638-656, doi:10.1016/j.bulsci.2016.01.003.
7. Grinevich, P.G., and R.G. Novikov, Moutard transform for generalized analytic functions. *Journal of Geometric Analysis*, 2016, **26**, 4: 2984-2995, doi:10.1007/s12220-015-9657-8.
8. Molchan, G. The omega-square hypothesis for the seismic source. arXiv:1604.05877 [physics.geo-ph]
9. Novikov, R.G. Explicit formulas and global uniqueness for phaseless inverse scattering in multidimensions. *Journal of Geometric Analysis*, 2016, **26**, 1: 346-359, doi:10.1007/s12220-014-9553-7.

2017 год

10. Гливенко Е.В., Фомочкина А.С. Трудности использования степени отображения при локализации особых точек векторного поля // *Вопросы радиоэлектроники*, 2017, № 2. С.52-55.
11. Blanter, E., J.-L. Le Mouel, M. Shnirman, and V. Courtillot, Reconstruction of the North-South Solar asymmetry with a Kuramoto model. *Solar Phys.*, 2017, **292**, 4, Article: 54, doi:10.1007/s11207-017-1078-3.
12. Grinevich, P.G., and R.G. Novikov, Multipoint scatterers with bound states at zero energy. *Theoretical and Mathematical Physics*, 2017, **193**, 2: 1675-1679, doi:10.1134/S0040577917110071.

13. Kovalenko, M.D., I.V. Menshova, and A.P. Kerzhaev, Bending of a semi-strip with longitudinal stiffeners: Exact solution. In *2017 8th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering, ICMAE 2017*, pp. 188-192, doi:10.1109/ICMAE.2017.8038640.
14. Molchan, G. Survival exponents for fractional Brownian motion with multivariate time. *ALEA-Latin American Journal of Probability and Mathematical Statistics*, 2017, **14**, 1: 1-7.
15. Shapoval A., Le Mouël J.-L, Shnirman M., and Courtillot V. Dynamics of sunspot series on time scales from days to years: Correlation of sunspot births, variable lifetimes, and evolution of the high-frequency spectral component. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2017, **122**, 12: 11874-11887, doi:10.1002/2017JA024430.

2018 год

16. Гливенко Е.В., Фомочкина А.С. Решение дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений с использованием многопроцессорных компьютеров // Вопросы радиоэлектроники, 2018. № 5. С.59-62.
17. Agaltsov, A.D., T. Hohage, and R.G. Novikov, Monochromatic identities for the green function and uniqueness results for passive imaging. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2018, **78**, 5: 2865-2890, doi:10.1137/18M1182218.
18. Goncharov, F.O., and R.G. Novikov, An example of non-uniqueness for the weighted Radon transforms along hyperplanes in multidimensions. *Inverse Problems*, 2018, **34**, 5: 54001, doi:10.1088/1361-6420/aab24d.
19. Kerzhaev, A.P., M.D. Kovalenko, and I.V. Menshova, Borel transform in the class W of quasi-entire functions. *Complex Analysis and Operator Theory*, 2018, **12**, 3: 571-587, doi:10.1007/s11785-017-0643-y.
20. Kovalenko, M.D., I.V. Menshova, and A.P. Kerzhaev, On the exact solutions of the biharmonic problem of the theory of elasticity in a half-strip. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 2018, **69**, 5: 121, doi:10.1007/s00033-018-1013-y.
21. Kovalenko, M.D., I.V. Menshova, A.P. Kerzhaev, and G. Yu, Mixed boundary value problems in the theory of elasticity in an infinite strip. *Acta Mechanica*, 2018, **229**, 11: 4339-4356, doi:10.1007/s00707-018-2244-x.
22. Novikov, R.G., Inverse scattering for the Bethe-Peierls model. *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*, 2018, **6**, 1: 52-55.

Доклады на международных и российских научных конференциях

2017 год

23. Shapoval, A., J.-L. Le Mouël, M. Shnirman, and V. Courtillot, Anomalous higher frequency component of ISSN and relationship between sunspot lifetime and their birthrate: explanation with an AR-1 model. *Geophysical Research Abstracts*. Volume 19, EGU2017-13319, 2017. EGU General Assembly 2017.

2018 год

24. Kovalenko, M.D., I.V. Menshova, A.P. Kerzhaev, and T.D. Shulyakovskaya, Discontinuities of displacements at the junction of two half-strips with different

boundary conditions on their sides. In *The 9th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering, ICMAE 2018, Budapest, Hungary, 10-13 July 2018*. Paper ID: C087.