

Федеральное агентство научных организаций
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ИНСТИТУТ ТЕОРИИ ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ГЕОФИЗИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИТПЗ РАН)

УДК 550.3
№ госрегистрации 115080610011
Инв. № 2018-5



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИТПЗ РАН
докт. физ.-мат. наук
А.И.Горшков
«29» *сентября* 2018 г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ ПО ТЕМЕ

РАЗРАБОТКА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
АНАЛИЗА МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЛЯ
ОПИСАНИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
(промежуточный, за 2017 год)

Заведующий лабораторией регистрации
и интерпретации волновых полей
канд. физ.-мат. наук

Б.Г. Букчин

Заведующий лабораторией математических
проблем нелинейной динамики
канд. физ.-мат. наук

М.Г. Шнирман

Заведующий лабораторией
геодинамики
докт. физ.-мат. наук

В.А. Желиговский

Москва 2018

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы,
вед. науч. сотр., зав. лаб.
канд. физ.-мат. наук



М.Г. Шнирман

Ответственные исполнители:

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук



Е.М. Блантер

вед. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук



М.Д. Коваленко

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук



И.В. Меньшова

гл. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук



Г.М. Молчан

ст. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук



Р.Г. Новиков

ст. науч. сотр.
канд. техн. наук



А.С. Фомочкина

Подписи сотрудников ИТПЗ РАН заверяю.
Ученый секретарь ИТПЗ РАН, к. ф.-м. н.




А.К. Некрасова

РЕФЕРАТ

Отчет 11 с., 6 источников

СОЛНЕЧНАЯ АКТИВНОСТЬ, МЕРИДИОНАЛЬНЫЙ ПОТОК, 11-ЛЕТНИЙ ЦИКЛ, СИНХРОНИЗАЦИЯ, ДРОБНОЕ БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ, КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ, РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ, МНОГОТОЧЕЧНЫЕ РАССЕЙВАТЕЛИ

Исследования, проводимые по теме в 2017 году, связаны с построением и исследованием математических моделей, описывающих нелинейные процессы солнечной активности, что включает: разработку модели, описывающей динамику фазовой синхронизации солнечной активности в северной и южной полусферах Солнца; решения обратной задачи восстановления частот вращения циркуляционных ячеек меридионального потока, настройку предложенных алгоритмов и подготовку компьютерного кода для решения обратной задачи; оценку параметров эволюции меридионального потока Солнца; проведение модельных симуляций для определения устойчивости полученных оценок. Введены два показателя, характеризующие высокочастотную компоненту – до 6 дней – солнечной активности: один из них определен по интенсивности появлений пятен, второй – через вычисления спектра. Установлены разнонаправленные изменения этих показателей при переходе в 1940х годах от эпохи низкой к эпохе высокой солнечной активности. Кроме того в рамках работ по теме исследована лог-асимптотика вероятности превышения фиксированного уровня дробным броуновским движением с многомерным временем в больших пространственных объемах, выполнен анализ решений краевых задач теории упругости, которые могут найти применение в задачах механики очага землетрясения, а также одного метода решения систем линейных и нелинейных уравнений и исследованы многоточечные рассеиватели со связанными состояниями в трехмерном пространстве при нулевой энергии.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ	5
2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ	7
2.1. Изучение динамики фазовой синхронизации в эволюции солнечной активности Северной и Южной полусфер Солнца	7
2.2. Анализ высокочастотной компоненты солнечной активности	7
2.3. Исследование лог-асимптотики вероятности превышения фиксированного уровня дробным броуновским движением с многомерным временем в больших пространственных объемах	8
2.4. Исследование решений краевых задач теории упругости, которые могут найти применение в задачах механики очага землетрясения	8
2.5. Метод решения систем линейных и нелинейных уравнений	8
2.6. Многоточечные рассеиватели со связанными состояниями в трехмерном пространстве при нулевой энергии	8
3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ	10
4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	11

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования по теме выполнялись в рамках направлений фундаментальных исследований 128 "Физические поля, внутреннее строение Земли и глубинные геодинамические процессы", 136 "Катастрофические эндогенные и экзогенные процессы, включая экстремальные изменения космической погоды: проблемы прогноза и снижения уровня негативных последствий" и 138 "Научные основы разработки методов, технологий и средств исследования поверхности и недр Земли, атмосферы, включая ионосферу и магнитосферу Земли, гидросферы и криосферы; численное моделирование и геоинформатика (инфраструктура пространственных данных и ГИС-технологии)" Раздела IX "Науки о Земле" Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы.

Солнечная активность является классическим примером эволюции нелинейной системы, демонстрирующей малоразмерный хаос, квазипериодическое поведение и смены режима. Одной из важных компонент, влияющих на изменение режима солнечной активности является меридиональный поток, возникающий между границей зоны конвекции и поверхностью Солнца. Меридиональный поток образует отдельные циркуляционные ячейки в северной и южной полусферах. Движение в циркуляционных ячейках вблизи поверхности Солнца направлено от экватора к полюсам и оказывает воздействие на образование полярного поля и образование следующего солнечного цикла. Движение глубинного меридионального потока на границе зоны конвекции направлено к экватору, что объясняет миграцию солнечных пятен к экватору. Кросс-экваториальное взаимодействие циркуляционных ячеек влияет на ослабление солнечного цикла и последующий минимум солнечной активности. Последние достижения гелиосейсмологии позволили восстановить скорости меридионального потока вблизи поверхности солнца в последние 3-4 цикла. Однако, глубинные слои Солнца остаются по-прежнему недоступны прямым наблюдениям. Результаты выполненных исследований показывают связь между фазовой асимметрией солнечной активности в северной и южной полусферах и асимметрией ячеек меридионального потока, а также оценить среднюю величину кросс-экваториального взаимодействия.

Современная литература, обсуждает природу солнечных 11-летних циклов, в контексте механизма солнечного динамо, который воспроизводит скорее черты отдельных циклов, чем вариации, происходящие от цикла к циклу. Тем не менее, вариации, происходящие от цикла к циклу, также исследуются, например, в рамках одномерной модели солнечного динамо, механизма Babcock-Leighton и классических моделей средних полей со случайной силой. В нашем исследовании выявляются и анализируются ранее неизвестные эмпирические закономерности 11-летней цикличности, которые должны быть приняты во внимание при общем моделировании солнечного динамо.

Исследована лог-асимптотика вероятности неперевышения фиксированного уровня дробным броуновским движением с многомерным временем в больших пространственных объемах.

С целью последующего применения в задачах механики очага землетрясения исследованы точные решения некоторых краевых задач теории упругости.

Выполнен анализ разработанного ранее метода решения систем линейных и нелинейных уравнений с использованием свойств особых точек векторного поля.

Исследованы многоточечные рассеиватели со связанными состояниями в трехмерном пространстве при нулевой энергии. Построены примеры таких рассеивателей с кратным нулевым собственным значением или с сильной мультипольной локализацией связанных состояний нулевой энергии.

2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

2.1. Изучение динамики фазовой синхронизации в эволюции солнечной активности Северной и Южной полусфер Солнца.

Построена модель Курамото двух нелинейных связанных осцилляторов с переменными частотами и постоянной симметричной связью, описывающая изменение разницы между фазовыми индексами в Северной и Южной полусферах. В качестве индексов, характеризующих солнечную активность в двух полусферах рассмотрены фазы солнечного цикла дневных площадей солнечных пятен по базе данных RGO/NOAA. Получено, что величина фазовой десинхронизации полусфер зависит от естественных частот вращения осцилляторов. Посредством решения обратной задачи восстановлены естественные частоты вращения циркуляционных ячеек меридионального потока. Показано, что эволюция естественных частот осцилляторов в двух полусферах определяет изменения длительности солнечного цикла. Проведена оценка асимметрии скоростей меридионального потока в двух полусферах в предположении независимости эволюции естественных частот. Получено, что наблюдаемая фазовая асимметрия солнечной активности в северной и южной полусферах реализуется при относительно малых значениях асимметрии меридионального потока. Проведена оценка связи между циркуляционными ячейками меридионального потока в двух полусферах. При помощи модельных симуляций показано, что полученные оценки асимметрии и связи между полусферами являются оценками сверху. Результаты опубликованы в статье [2].

2.2. Анализ высокочастотной компоненты солнечной активности

Солнечная активность представлена в виде произведения продолжительности жизни групп солнечных пятен и интенсивности их появления. Интенсивность рождаемости характеризует высокочастотную компоненту эволюции активности. Показано, что при переходе к высокой солнечной активности интенсивность рождаемости увеличивается. Установлено также, что другая естественная характеристика высокочастотной компоненты активности в это же время уменьшается. В скользящем четырёхлетнем окне мы вычислили спектр ежедневных данных индекса ISSN и выделили его часть, связанную с высокими частотами (соответствующие периоды меньше 6 дней). Энергия этой части спектра уменьшилась в 1940-ые годы. Основные результаты исследования нашли отражение в докладе [6]. Показана устойчивость эмпирических выводов относительно параметров вычислительной процедуры.

2.3. Исследование лог-асимптотики вероятности неперевышения фиксированного уровня дробным броуновским движением с многомерным временем в больших пространственных объемах

В 1992 г. Я.Г.Синай, отталкиваясь от физических задач, рассмотрел процесс, производная которого есть броуновское движение, и нашел асимптотику вероятности $P(T)$ того, что процесс не выйдет за фиксированный уровень 1 в большом интервале времени $(0, T)$. В 1999 г. подобная задача была решена для процесса дробного броуновского движения с параметром гладкости H . Решение было сложным, поскольку процесс обладал свойством сильного удаленного взаимодействия. В 2017 г. исследован вопрос об асимптотике $P(T)$ для дробного броуновского движения с многомерным временем в сферической области, опирающейся на диаметр $(0, T)$ (в нуле процесс равен нулю). Многомерная специфика задачи потребовала создания принципиально новых подходов к асимптотическому анализу $P(T)$. Полученный результат, опубликованный в статье [5], может быть сформулирован следующим образом: если d размерность пространства, а H параметр гладкости процесса, тогда $\ln P(T) = (H - d + o(1)) \ln T$.

2.4. Исследование решений краевых задач теории упругости, которые могут найти применение в задачах механики очага землетрясения

Для полученных точных решений различных основных и смешанных задач двумерной теории упругости и теории изгиба тонких плит в конечных канонических областях, в частности, для прямоугольных пластин с разрывами сплошности выполнен анализ влияния смены типа граничных условий по границам плит на решение. Полученные результаты опубликованы в статье [4].

2.5. Метод решения систем линейных и нелинейных уравнений

Выполнен анализ разработанного ранее метода решения систем линейных и нелинейных уравнений с использованием свойств особых точек векторного поля. Для этого метода трудности вызывает отделение случая, когда рассматриваемая область локализации содержит несколько особых точек, от случая, когда внутри области их нет. Предложена методика, которая позволяет разделить эти два случая для некоторых функций. Методика опробована на ряде примеров. Полученные результаты опубликованы в статье [1].

2.6. Многоточечные рассеиватели со связанными состояниями в трехмерном пространстве при нулевой энергии

Исследованы многоточечные рассеиватели со связанными состояниями в трехмерном пространстве при нулевой энергии. Построены примеры таких

рассеивателей с кратным нулевым собственным значением или с сильной мультипольной локализацией связанных состояний нулевой энергии. Рассмотрена безфазовая обратная задача рассеяния для уравнения Шредингера с компактным носителем потенциала в размерности $d \geq 2$ (Борновская аппроксимация при высоких энергиях). Получены явные формулы для решения этой задачи на основе подходящих данных при высоких энергиях. Получены оценки ошибок для этих формул. Результаты исследования опубликованы в статье [3].

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполненных исследований увеличена сфера применения фазовой синхронизации для определения параметров сложных систем, недоступных наблюдениям. В частности, показано, что пространственная несимметрия меридионального потока и кросс-экваториальная связь между циркуляционными ячейками играет значительную роль в смене лидирующей полусферы и возникновении аномальных периодов солнечной активности. Полученные результаты расширяют и уточняют представление о роли меридионального потока в солнечном динамо и создают основу для построения адекватной физической модели эволюции солнечной активности.

Мы вычислили низко- и высокочастотные составляющие спектра солнечного индекса ISSN в четырёхлетнем скользящем окне. Граница между компонентами установлена в 6 дней. Показано, что эволюция низкочастотной компоненты согласуется с динамикой солнечной активности в целом, демонстрируя 11-летний цикл с «длинными» максимумами. Высокочастотная компонента спектра в максимумах циклов уменьшилась при переходе в 1940х от эпохи низкой к эпохе высокой солнечной активности. Это наблюдение контринтуитивно, поскольку увеличение активности увеличивает шум, вычисленный, например, с помощью стандартного отклонения. Обоснование неожиданного поведения спектра может быть полезным при построении полной теории солнечного динамо.

Исследование вопроса об асимптотике вероятности того, что процесс не выйдет за фиксированный уровень 1 в большом интервале времени, для дробного броуновского движения с многомерным временем потребовало создания принципиально новых подходов к асимптотическому анализу указанной вероятности.

Построены примеры многоточечных рассеивателей со связанными состояниями в трехмерном пространстве при нулевой энергии с кратным нулевым собственным значением или с сильной мультипольной локализацией связанных состояний нулевой энергии.

По результатам выполненных исследований опубликовано 5 статей в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах и сделан доклад на Генеральной ассамблее Европейского союза наук о Земле.

4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Статьи, опубликованные в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах

1. Гливенко Е.В., Фомочкина А.С. Трудности использования степени отображения при локализации особых точек векторного поля // Вопросы радиоэлектроники, 2017, № 2. С.52-55.
2. Blanter, E., J.-L. Le Mouél, M. Shnirman, and V. Courtillot, Reconstruction of the North-South Solar asymmetry with a Kuramoto model. *Solar Phys.*, 2017, **292**, 4, Article: 54, doi:10.1007/s11207-017-1078-3.
3. Grinevich, P.G., and R.G. Novikov, Multipoint scatterers with bound states at zero energy. *Theoretical and Mathematical Physics*, 2017, **193**, 2: 1675-1679, doi:10.1134/S0040577917110071.
4. Kovalenko, M.D., I.V. Menshova, and A.P. Kerzhaev, Bending of a semi-strip with longitudinal stiffeners: Exact solution. In *2017 8th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering, ICMAE 2017*, pp. 188-192, doi:10.1109/ICMAE.2017.8038640.
5. Molchan, G. Survival exponents for fractional Brownian motion with multivariate time. *ALEA-Latin American Journal of Probability and Mathematical Statistics*, 2017, **14**, 1: 1-7.

Доклады на международных и российских научных конференциях

6. Shapoval, A., J.-L. Le Mouél, M. Shnirman, and V. Courtillot, Anomalous higher frequency component of ISSN and relationship between sunspot lifetime and their birthrate: explanation with an AR-1 model. *Geophysical Research Abstracts*. Volume 19, EGU2017-13319, 2017. EGU General Assembly 2017