

Федеральное агентство научных организаций

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
ИНСТИТУТ ТЕОРИИ ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ  
ГЕОФИЗИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
(ИТПЗ РАН)

УДК 550.3

№ госрегистрации 115080610012

Инв. № 2018-4



УТВЕРЖДАЮ

Директор ИТПЗ РАН

докт. физ.-мат. наук

А.И.Горшков

«29» *сентября* 2018 г.

ОТЧЕТ

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ ПО ТЕМЕ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЛИТОСФЕРЫ И ИЗУЧЕНИЕ  
ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ  
(промежуточный, за 2017 год)

Заведующий лабораторией математических  
проблем нелинейной динамики  
канд. физ.-мат. наук

М.Г. Шнирман

Заведующий лабораторией  
геодинамики  
докт. физ.-мат. наук

В.А. Желиговский

Москва 2018  
СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы,  
директор ИТПЗ РАН  
докт. физ.-мат. наук



А.И. Горшков

Ответственные исполнители:

ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук



И.А. Воробьева

гл. науч. сотр., зав. лаб.  
докт. физ.-мат. наук



В.А. Желиговский

гл. науч. сотр.  
докт. физ.-мат. наук



А.Т. Исмаил-Заде

вед. науч. сотр.  
докт. физ.-мат. наук



М.Д.Коваленко

ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук



И.В. Меньшова

вед. науч. сотр.  
докт. физ.-мат. наук



О.М. Подвигина

ст. науч. сотр.  
канд. геол.-мин. наук



С.В. Усенко

гл. науч. сотр.  
докт. физ.-мат. наук



А.В. Хохлов

Подписи сотрудников ИТПЗ РАН заверяю.  
Ученый секретарь ИТПЗ РАН, к. ф.-м. н.




А.К. Некрасова

## РЕФЕРАТ

Отчет 18 с., 1 рис., 17 источников

ПАЛЕОМАГНИТНЫЕ ДАННЫЕ, МАГНИТНОЕ ДИНАМО, ГЕТЕРОКЛИННЫЕ ЦИКЛЫ, МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ БЛОКОВЫХ СТРУКТУР, НОРВЕЖСКО-ГРЕНЛАНДСКИЙ РЕГИОН, МЕТОДЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ, МАНТИЙНАЯ КОНВЕКЦИЯ

Исследования, проводимые по теме в 2017 году, включали разработку метода статистической инверсии для палеомагнитных данных; анализ расхождений между данными геомагнитных наблюдений и моделями; изучение моделей магнитного динамо и гетероклинных циклов, возникающих в конвекции; моделирование динамики блоковых структур и применение результатов моделирования для оценки сейсмической опасности; изучение рельефа и тектоники океанического дна Норвежско-Гренландского региона (Северная Атлантика); разработку методов теории упругости, применимых к изучению напряженного состояния земной коры; построение и анализ моделей мантийной конвекции.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ	5
2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ	7
2.1. Анализ палеомагнитных данных	7
2.2. Исследование моделей магнитного динамо и гетероклинных циклов, возникающих в конвекции	8
2.3. Исследование гетероклинных циклов, возникающих в конвекции	10
2.4. Моделирование динамики блоковых структур	11
2.5. Изучение рельефа и тектоники океанического дна Норвежско-Гренландского региона	12
2.6. Применение методов теории упругости к решению задач, имеющих отношение к изучению напряженного состояния земной коры	13
2.7. Моделирование мантийной конвекции	15
3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ	16
4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	17

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования по теме выполнялись в рамках направлений фундаментальных исследований 128 "Физические поля, внутреннее строение Земли и глубинные геодинамические процессы" и 136 "Катастрофические эндогенные и экзогенные процессы, включая экстремальные изменения космической погоды: проблемы прогноза и снижения уровня негативных последствий" Раздела IX "Науки о Земле" Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы.

Исследования по теме включают разработку метода статистической инверсии для палеомагнитных данных и анализ расхождений между данными геомагнитных наблюдений и моделями в ситуации, когда эти расхождения демонстрируют негауссовское поведение.

Продолжены работы по исследованию моделей магнитного динамо, в частности, закончена работа по изучению кинематической генерации магнитного поля течениями электропроводной жидкости с кинематической спиральностью, равной 0 в каждой точке пространства. Обнаружено длинномасштабное кинематическое динамо, работа которого основана на совместном функционировании двух важнейших механизмов генерации длинномасштабного магнитного поля:  $\alpha$ -эффекта и анизотропной отрицательной вихревой диффузии.

Исследована устойчивость так называемых псевдопростых гетероклинических циклов. Проведено исследование простых гетероклинических сетей в  $R^4$ . Исследована устойчивость гетероклинической сети, состоящей из трех гетероклинических циклов, в динамической системе, полученной ограничением уравнений конвекции Буссинеска на 6-мерное инвариантное подпространство 12-мерного центрального многообразия.

В результате численных экспериментов с моделью блоковой структуры Гималаев впервые с помощью такой модели получены долгосрочные сценарии накопления упругих напряжений и возникновения сильнейших землетрясений. Разработан подход к анализу сейсмической опасности, основанный на инструментально зарегистрированных, исторических и модельных землетрясениях, получаемых в модели блочно-разломной динамики, и приведены оценки сейсмической опасности.

Изучены неоднородности рельефа океанического дна Норвежско-Гренландского региона. Севернее хребта Мона в рельефе дна выделены линейно вытянутые субширотные морфоструктуры (MS), представляющие собой горстовые хребты разделенные прогибами, даны их характеристики.

Построены схемы морфоструктурного районирования северо-восточной части Африки и Эллинид, которые применимы для определения мест возможного возникновения сильных землетрясений в этих регионах.

Выполнен ряд исследований по получению и анализу точных решений задач теории упругости, которые могут быть использованы для изучения напряженного состояния земной коры. В частности, получены точные решения различных основных и смешанных задач двумерной теории

упругости и теории изгиба тонких плит в конечных канонических областях, включая прямоугольные пластины с разрывами сплошности.

В рамках исследований по моделированию мантийной конвекции выполнено численное моделирование конвекции в мантии, воспроизводящие принципиальные структуры её глобального строения и конвективных течений. Показано, что пульсации плюмов могут возникать и при простой тепловой конвекции в однородной мантии.

## 2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### 2.1. Анализ палеомагнитных данных

Разработан метод статистической инверсии для палеомагнитных данных, использующий кубические сплайны для описания поведения поля во времени, и выполнена его реализация в виде общедоступной компьютерной программы на языке C++. Программа отлажена и снабжена описанием. Она может работать с набором любых палеомагнитных данных с указанием их точности, то есть набором данных вида: время  $T$ ; точность  $T$ ; координаты сайта; склонение  $D$ ; точность  $D$ ; наклонение  $I$ ; точность  $I$ ; интенсивность  $F$ ; точность  $F$ . Причем в каждой записи необходимы лишь указания координат и времени и одного или нескольких параметров из IDF с указанием точности или без оной. Решения ищутся либо в виде кубического сплайна на данном интервале времен с заданной (необязательно равномерной) сегментацией, либо в виде кусочно-постоянных функций. Далее применяется метод бутстрапа варьирования доступных параметров в пределах ошибки и оценивается облако всех возможных решений в терминах квантилей. Соответствующая технология позволяет работать как с реальными данными, так и оценивать эффекты влияния на точность ответа различных характеристик базы данных. Основная трудность при программировании была связана с оптимизацией времени, необходимого для набора достаточных статистик решений, ранее подобные проекты требовали для реальных баз данных существенных затрат времени.

Для описания ошибок в данных обычно используются гауссовские распределения, которые, действительно, уместны во многих практических случаях. Однако в широкой области наблюдений геомагнетизма неоднократно отмечалось, что расхождения между данными наблюдений и моделями часто демонстрируют гораздо более резкие распределения, иногда лучше описываемые распределением Лапласа. Исследована ситуация, когда предполагается, что такое негауссовское поведение, скорее всего, является результатом того, что известно в статистической литературе как смесь распределений. Смеси возникают, когда данные не согласуются с общим распределением или неправильно нормализованы должным образом, а итоговое глобальное распределение представляет собой смесь различных распределений, за которыми стоят подмножества данных или даже отдельные данные. Приведены примеры того, как такие смеси могут привести к распределениям намного более резким, чем гауссовы распределения, и изучены причины, по которым такие смеси, вероятно, являются причиной негауссовых распределений, в наблюдениях геомагнетизма. Показано также, что при правильном подборе наборов данных, основанном на геофизических критериях, в некоторых случаях можно избежать статистической смеси и получить в большей степени гауссовское поведение. Сформулированы некоторые общие рекомендации и обнаружено, что хотя статистическая смесь всегда стремится заострить

полученное распределение, это не обязательно приводит к распределению Лапласа. Полученные результаты опубликованы в статье [4].

## 2.2. Исследование моделей магнитного динамо

Путем анализа статистических характеристик геомагнитного поля, генерируемого в численных моделях геодинамо, показано, что распределение сферических гармонических коэффициентов в ряде случаев не является гауссовым, а сходно с распределением Лапласа. Форма соответствующих гистограмм зависит от масштаба времени, что позволяет дать интерпретацию полученных данных в терминах смеси гауссовых распределений. Аналогичные эффекты, связанные с перемежаемостью, экспериментально наблюдались в турбулентных потоках жидкости. Таким образом, поведение вековых вариаций магнитного поля Земли, возможно, следует описывать в терминах смеси нескольких гауссовских стационарных процессов, отвечающих переключениям разных режимов генерации геодинамо. Полученные результаты опубликованы в статье [3].

Опровергнуто распространенное мнение физической теории магнитного динамо, согласно которому способность течения электропроводной жидкости генерировать магнитное поле связано с наличием у него ненулевой средней кинетической спиральности (т.е. спиральности завихренности – скалярного произведения скорости  $\mathbf{v}$  и завихренности  $\text{rot } \mathbf{v}$ ).

В 2017 году закончена работа по изучению кинематической генерации магнитного поля течениями электропроводной жидкости с кинетической спиральностью, равной 0 в каждой точке пространства. Показано на большом числе численных примеров, что бездивергентные пространственно-периодические стационарные течения способны генерировать как короткомасштабные поля, так и длинномасштабные поля, причем длинномасштабная кинематическая генерация поточечно неспиральными течениями может быть с использованием механизма как магнитного  $\alpha$ -эффекта, так и отрицательной магнитной вихревой (турбулентной) вязкости.

Выведены формулы для магнитных мод вида гармоник Фурье для оператора  $\alpha$ -эффекта общего вида (т.е., не обязательно симметричного), обобщающих АВС-потоки В.И. Арнольда, и их собственные значения. Показано, что максимальный (относительно направления единичного волнового вектора) инкремент роста (в масштабе медленного времени  $T_1 = \varepsilon t$ , где малый параметр  $\varepsilon$  – отношение пространственных масштабов,  $t$  – быстрое время порядка времени оборота вихря в жидкости) равен

$$(\max(\alpha_1\alpha_2, \alpha_2\alpha_3, \alpha_1\alpha_3))^{1/2},$$

где  $\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \alpha_3$  – собственные значения симметризованного тензора  $\alpha$ -эффекта; он неотрицателен и равен 0 только, когда  $\alpha_2 = 0$ .

С целью создания достаточного запаса течений для численного экспериментирования было построено 6 семейств поточечно неспиральных полей, 4 из которых задаются формулами, а для еще одного – полоидального

– предложена аналитически-вычислительная процедура. Например, т.н. "косинусные" течения ("семейство C") имеют вид

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = (n(b_1 \sin(\mathbf{a} \cdot \mathbf{x}) + a_1 \sin(\mathbf{b} \cdot \mathbf{x})) \cos nx_3, n(b_2 \sin(\mathbf{a} \cdot \mathbf{x}) + a_2 \sin(\mathbf{b} \cdot \mathbf{x})) \cos nx_3, -(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})(\cos(\mathbf{a} \cdot \mathbf{x}) + \cos(\mathbf{b} \cdot \mathbf{x})) \sin nx_3),$$

где скаляр  $n$  и векторы  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  - константы; семейства  $V_1$  –

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = (C_1 S_1 \dot{S}_2 \dot{S}_3, C_2 \dot{S}_1 S_2 \dot{S}_3, C_3 \dot{S}_1 \dot{S}_2 S_3),$$

где  $C_j$  – произвольные константы, сумма которых равна 0,  $S_j$  – произвольная функция, аргумент которой - декартова переменная  $x_j$ , точка обозначает производную по нему; семейства  $V_2$  –

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = (C_1 S_2 S_3, C_2 S_1 S_3, C_3 S_1 S_2),$$

где  $C_j$  - произвольные константы,  $S_j$  - как и для  $V_1$ .

В процессе выполнения описанных выше исследований обнаружено длинномасштабное кинематическое динамо, работа которого основана на совместном функционировании двух важнейших механизмов генерации длинномасштабного магнитного поля:  $\alpha$ -эффекта и анизотропной отрицательной вихревой диффузии. Оно реализуется в потоках, антисимметричных по некоторой координате (иными словами, зеркально-антисимметричных относительно соответствующей декартовой координатной плоскости). Эти механизмы отвечают за гармонические колебания магнитного поля с конечным периодом в масштабе медленного времени  $T_1 = \varepsilon t$  и его рост в масштабе медленного времени  $T_1 = \varepsilon^2 t$ , соответственно.

Изучена структура тензоров  $\alpha$ -эффекта и вихревой диффузии при наличии такой антисимметрии. Выведено выражение для инкремента роста длинномасштабных магнитных мод в этом динамо через элементы тензоров  $\alpha$ -эффекта и вихревой диффузии. Как функция азимутального угла сферической системы координат, ось которой совпадает с декартовой осью, относительно которой поток антисимметричен, инкремент роста сингулярен при любой магнитной молекулярной диффузии. При пересечении точки сингулярности инкремент меняет знак. Соответственно, это динамо работает при любых коэффициентах магнитной молекулярной диффузии  $\eta$  (в малом интервале длины порядка  $\eta^{-3}$  вокруг точки сингулярности для больших  $\eta$ ) при достаточно сильном разделении масштабов. При этом оно саморазрушается из-за роста магнитного поля и действия силы Лоренца на временах порядка  $\varepsilon^{-2}$ , а не  $\varepsilon^{-1}$ , как при действии  $\alpha$ -эффекта.

Астрофизические динамо характеризуются магнитными числами Прандтля  $R_m$ , изменяющимися в очень широком диапазоне, от очень малых (например, в межзвездной среде) до очень больших (например, геодинамо). Динамо при больших  $R_m$  особенно сложны для теоретического анализа. Поэтому указанный вид динамо может представлять непосредственный интерес для астрофизических приложений. Проведено численное исследование для двух течений с антисимметрией указанного типа при разных коэффициентах молекулярной диффузией.

Перечисленные работы по длинномасштабным кинематическим динамо призваны моделировать процессы генерации астрофизических средних магнитных полей посредством короткомасштабной турбулентности. Такое моделирование более точно, если рассматриваются периодические по времени поля скорости. В 2017 г. была продолжена разработка математического обеспечения для проведения таких вычислительных экспериментов. Отметим, что такие коды существенно более ресурсоёмки, поскольку кроме трехмерных преобразований Фурье по пространственным переменным они включают в себя преобразования Фурье по четвертой переменной - быстрому времени.

### 2.3. Исследование гетероклиных циклов, возникающих в конвекции

Инвариантное множество динамической системы, состоящее из стационарных состояний и гетероклиных траекторий между этими стационарными состояниями, называется гетероклиным циклом. Связное множество, являющееся объединением конечного числа гетероклиных циклов, называется гетероклиной сетью. В системе общего положения гетероклиные циклы не являются структурно устойчивыми, однако в симметричных системах это возможно. Инвариантное множество динамической системы называется асимптотически устойчивым, если оно притягивает все начальные значения из некоторой своей малой окрестности. Множества, не являющиеся асимптотически устойчивыми, могут быть устойчивыми в более слабом смысле, а именно, существенно асимптотически устойчивыми, или фрагментарно асимптотически устойчивыми. Инвариантное множество динамической системы называется фрагментарно асимптотически устойчивым, если его область притяжения имеет положительную меру. Если при этом вблизи такого множества мера его области притяжения асимптотически велика, то такое множество называется существенно асимптотически устойчивым.

Исследована устойчивость так называемых псевдопростых гетероклиных циклов. Найдены все конечные подгруппы  $\Gamma \subset O(4)$  такие, что в  $\Gamma$ -эквивариантных динамических системах могут существовать псевдопростые гетероклиные циклы. Доказано, что в случае  $\Gamma \subset SO(4)$  такие циклы всегда неустойчивы, даже в самом слабом смысле. Найдены примеры подгрупп  $O(4)$ , для которых возможно существование фрагментарно асимптотически устойчивых циклов. Исследованы бифуркации, в которых от цикла ответвляется периодическая орбита.

Проведено исследование простых гетероклиных сетей в  $\mathbb{R}^4$ . Показано, что в  $\mathbb{R}^4$  возможно существование пяти различных типов простых гетероклиных сетей. Найдены все конечные подгруппы  $\Gamma \subset O(4)$  такие, что в  $\Gamma$ -эквивариантных динамических системах могут существовать простые гетероклиные сети, и определен тип такой сети для каждой из подгрупп. Доказаны условия фрагментарной асимптотической устойчивости циклов в таких сетях.

Исследована устойчивость гетероклининой сети, состоящей из трех гетероклинических циклов, в динамической системе, полученной ограничением уравнений конвекции Буссинеска на 6-мерное инвариантное подпространство 12-мерного центрального многообразия. Существование этой гетероклинической сети было показано ранее (Castro, S.B.S.D., I.S.Labouriau, and O.Podvigina, A heteroclinic network in mode interaction with symmetry. *Dynamical Systems*, 2010, **25**: 359-396).

Доказано, что эта сеть не является асимптотически устойчивой, однако она может быть существенно или фрагментарно асимптотически устойчива. Показано, что один из этих циклов всегда неустойчив, а из двух оставшихся устойчивым может быть не более чем один. Для этих двух циклов получены условия для фрагментарной и существенной асимптотической устойчивости в терминах собственных значений оператора линеаризации вблизи стационарных состояний. Доказано, что гетероклиническая сеть фрагментарно асимптотически устойчива только, если устойчив один из составляющих ее циклов.

По результатам выполненных исследований опубликована статья [7]. На программу для ЭВМ, созданную в рамках этих работ, получено свидетельство о государственной регистрации [17].

#### 2.4. Моделирование динамики блоковых структур

В результате численных экспериментов с моделью блоковой структуры Гималаев впервые с помощью такой модели получены долгосрочные сценарии накопления упругих напряжений и возникновения сильнейших землетрясений. Моделирование адекватно воспроизводит основные свойства сейсмичности Гималаев: локализация, максимальные магнитуды модельных землетрясений, а также длительность сейсмических циклов (рис. 1), варьирующая от 700 до 2100 лет на различных сегментах Гималайской дуги хорошо согласуются с данными сейсмической истории региона и результатами палеосейсмологических исследований. Моделирование показало зависимость накопления упругих напряжений не только от относительных скоростей и реологии на конкретных разломах, но и от геодинамики окружающих литосферных блоков. Результаты моделирования указывают на высокую вероятность сильных событий в западном Непале и меньшую их вероятность в Ассаме и Кашмире. Полученные результаты опубликованы в статье [8].

Понимание динамики литосферы, локализации тектонических напряжений, землетрясений и сейсмических опасностей значительно продвинулось в последние десятилетия. Хотя землетрясения в основном связаны со значительной уязвимостью общества, всеобъемлющие оценки сейсмических опасностей и прогнозирование землетрясений могут способствовать принятию превентивных мер, направленных на снижение воздействия землетрясений. Моделирование динамики литосферы и моделирование землетрясений в сочетании с анализом сейсмической

опасности может обеспечить лучшую оценку возможных сотрясений грунта вследствие землетрясений. На основе модели блочно-разломной динамики (МБРД), были смоделированы землетрясения как результат динамики литосферы и изучены свойства разломов и региональных движений. Представленные модели анализировались с точки зрения воспроизводства особенностей наблюдаемой сейсмичности, таких как частотно-магнитудная зависимость, кластеризация землетрясений, возникновения крупных событий, скорость сдвигов по разломам и механизмы землетрясений. Показано применение МБРД для нескольких сейсмоопасных регионов. Разработан подход к анализу сейсмической опасности, основанный на инструментально зарегистрированных, исторических и модельных землетрясениях, и приведены оценки сейсмической опасности. Полученные результаты представлены в докладе [11].

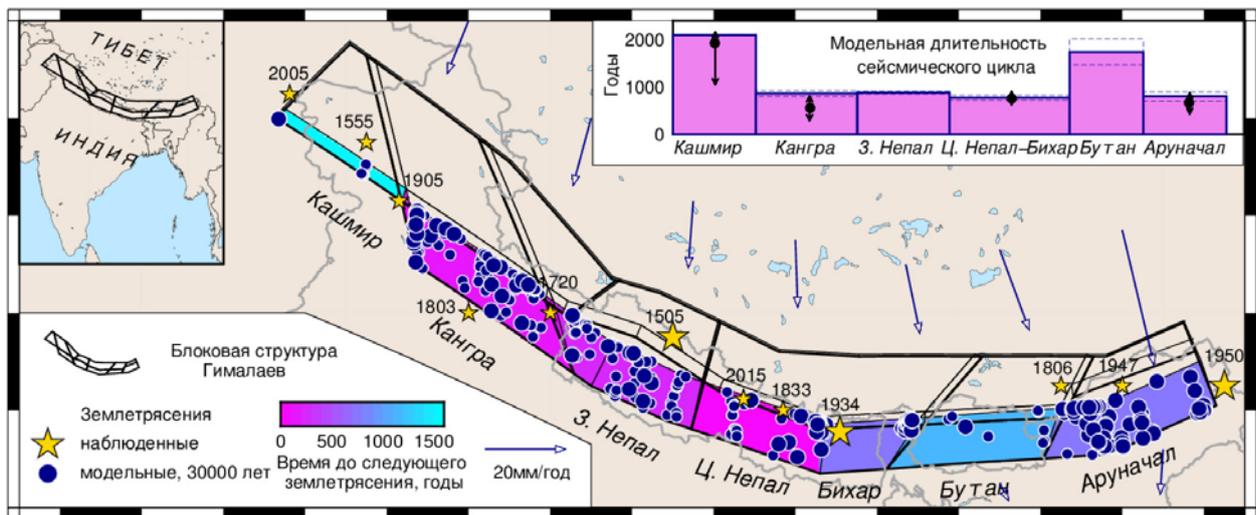


Рисунок 1. Основные результаты моделирования сейсмичности и геодинамики Гималаев. Зарегистрированные землетрясения показаны желтыми звездочками, а модельные – синими кружками. Модельные землетрясения  $M7.5+$  показаны маленькими кружками, а землетрясения  $M8.0+$  большими. Скорости тектонических движений показаны стрелками. Время до следующего сильного землетрясения показано цветом. На верхней врезке показана модельная длительность сейсмического цикла; черные символы показывают данные палеосейсмологических исследований в Гималаях.

## 2.5. Изучение рельефа и тектоники океанического дна Норвежско-Гренландского региона

Изучены неоднородности рельефа океанического дна Норвежско-Гренландского региона. Севернее хребта Мона в рельефе дна выделены линейно вытянутые субширотные морфоструктуры (MS), представляющие

собой горстовые хребты разделенные прогибами, даны их характеристики. Показано, что выделенные MS в рельефе морского дна сформировались после образования осадочного чехла (в постчетвертичное время), т.е. являются молодыми образованиями, они не отображаются в структуре магнитных аномалий Гренландского бассейна. Образование этих MS свидетельствует об интенсивной тектонической активности в исследуемом регионе в недавнем геологическом прошлом.

На основании анализа батиметрических характеристик и механизмов очагов землетрясений в пределах хребта Мона намечены поперечные разломы, вероятно имеющие сбросо-сдвиговую природу и определяющие его блоковое строение.

Проведенный сейсмостратиграфический анализ позволяет предположить, что выделенные (Berger, D., and W. Jokat, A seismic study along the East Greenland margin from 72° N to 77° N. *Geophys. J. Int.*, 2008, **174**: 733–748) поднятия фундамента в пределах Восточно-Гренландской континентальной окраины (EGBM) в новейшую геологическую эпоху претерпели две фазы вертикальных тектонических движений. Первая характеризовалась незначительным подъемом, вторая опусканием по сбросу восточного фланга поднятия. При этом амплитуда вертикального смещения достигала 800 м. По времени и характеру движений эти события совпадают с тектоническими движениями в центральной части изученной области. Своеобразным «очагом» этих тектонических движений, на наш взгляд, являлась зона Ян-Майенского трансформного разлома.

Полученные результаты опубликованы в статье [9] и вошли в доклады [13, 14].

## 2.6. Применение методов теории упругости к решению задач, имеющих отношение к изучению напряженного состояния земной коры

На примере нечетно-симметричной краевой задачи теории упругости для полуполосы со свободными продольными сторонами изучены особенности точных решений. Решения строятся в виде разложений по функциям Фадля–Папковича, коэффициенты которых определяются с помощью систем функций, биортогональных к ним функций. Решение задачи дается в нескольких постановках. Показано, что решение краевой задачи в полуполосе не единственно. Из неединственности решения вытекает существование остаточных (начальных, собственных) напряжений. Условия совместности деформаций для полученных решений не выполняются. Физически это означает, что стороны полуполосы, прямолинейные до деформации, искривляются после приложения нагрузки. Обсуждается связь между неединственностью, совместностью деформаций и решением эквивалентной неоднородной задачи. Был рассмотрен механизм образования разрывов путем сброса остаточных напряжений и показано, что образование разрывов может сопровождаться поворотами и перемещениями фрагментов областей как недеформируемых. Сформулированы строгие условия, при

которых поворотов и перемещений фрагментов областей как абсолютно жестких не возникает.

Рассмотрена задача об образовании разрыва в полосе и прямоугольнике со свободными сторонами в результате сброса остаточных напряжений. Формулы для остаточных напряжений и для тех перемещений, которые возникают при их сбросе, имеют вид рядов по собственным функциям Фадля–Папковича. Коэффициенты рядов определяются в простом замкнутом виде по заданным на разрыве перемещениям при помощи функций, биортогональных к функциям Фадля–Папковича. Показано, что принципиальное отличие классического решения задачи для полосы с разрезом от решения в виде рядов по функциям Фадля–Папковича заключается в том, что в классическом решении продольные стороны полосы прямолинейны до деформации и остаются прямолинейными после деформации (за счет добавления или удаления материала).

Получены точные решения различных основных и смешанных задач двумерной теории упругости и теории изгиба тонких плит в конечных канонических областях. В частности, для прямоугольных пластин с разрывами сплошности. Полученные решения были использованы для построения новых моделей очага землетрясений, в которых разрывы в земной коре являются результатом сброса остаточных напряжений. Это позволяет достаточно просто объяснить, в частности, большие значения субгоризонтальных напряжений вдоль разломов и их быстрое затухание, колебательные характер напряжений, жесткие смещения и повороты фрагментов блоков после сброса напряжений и т.д. В основе теории лежит аппарат преобразования Бореля в классе квазицелых функций экспоненциального типа. Показаны причины неэффективности различных приближенных и численных методов решения краевых задач. Это относится не только к теории упругости, но и к другим линейным краевым задачам для дифференциальных уравнений в частных производных.

На основе точного решения бигармонической проблемы теории упругости в полуполосе показана одна из возможных причин тех проблем, которые возникают при приближенном или численном подходе решения граничных задач, сводящихся к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений. Построение точных решений некоторых краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных невозможно без их продолжений на римановы поверхности. Этот факт важно учитывать при разработке эффективных приближенных и численных методов решения краевых задач.

На примере нечетно-симметричной краевой задачи теории упругости для полуполосы со свободными продольными сторонами исследованы особенности точных решений. Решения строятся в виде разложений по функциям Фадля–Папковича, коэффициенты которых определяются с помощью систем функций, биортогональных к ним функций. Решение задачи дается в нескольких постановках. Показано, что решение краевой задачи в полуполосе не единственно. Из неединственности решения вытекает

существование остаточных (начальных, собственных) напряжений. Условия совместности деформаций для полученных решений не выполняются. Физически это означает, что стороны полуполосы, прямолинейные до деформации, искривляются после приложения нагрузки. Изучена связь между неединственностью, совместностью деформаций и решением эквивалентной неоднородной задачи.

Рассмотрена задача об образовании разрыва в полосе со свободными сторонами в результате сброса остаточных напряжений. Формулы для остаточных напряжений и для тех перемещений, которые возникают при их сбросе, имеют вид рядов по собственным функциям Фадля-Папковича. Коэффициенты рядов определяются в простом замкнутом виде по заданным на разрыве перемещениям при помощи функций, биортогональных к функциям Фадля-Папковича.

Рассмотрен класс смешанных краевых задач теории упругости, когда тип граничных условий меняется в точках гладкой границы области. Дана схема построения точных решений. В самом общем случае они ищутся в виде рядов по собственным функциям Фадля-Папковича.

Полученные результаты опубликованы в статьях [5, 6] и представлены в докладах [10, 12, 15, 16].

## 2.7. Моделирование мантийной конвекции

В сотрудничестве с Институтом физики Земли им. О.Ю.Шмидта РАН выполнены исследования по моделированию мантийной конвекции.

Выполнено численное моделирование конвекции в мантии, воспроизводящие принципиальные структуры её глобального строения и конвективных течений. В частности, показано, как при общемантийной конвекции погружающаяся плита наводит долгоживущие циркуляционные течения, питающие срединно-океанический хребет. Полученные результаты опубликованы в статье [1].

В имеющихся численных моделях мантийные плюмы представляются в виде однородных восходящих струй тепловой конвекции. Пульсации считаются возможными только для термохимических плюмов в композиционно неоднородной мантии. Показано, что пульсации могут возникать и при простой тепловой конвекции в однородной мантии. При этом с ростом интенсивности течение в ножке теплового плюма сначала становится пульсирующим, а затем плюм распадается на совокупность последовательно всплывающих термиком. Для современной мантии периоды пульсации плюмов в нижней мантии могут быть до 10 млн лет, а в верхней - несколько млн лет. Полученные результаты опубликованы в статье [2].

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные по теме исследования являются вкладом в изучение геодинамических процессов и сейсмической опасности. Новый метод статистической инверсии для палеомагнитных данных дает возможность получения на основе этих данных более адекватных представлений о реальной эволюции магнитного поля Земли. Теоретические исследования по проблеме магнитного динамо перспективны не только с точки зрения создания моделей происхождения и эволюции магнитного поля Земли, но и могут иметь астрофизические приложения. Моделирование динамики блоковой структуры литосферы и землетрясений в дополнение к анализу данных о реальной сейсмичности может обеспечить лучшую оценку сейсмической опасности. Результаты изучения неоднородностей рельефа океанического дна могут оказаться востребованными при поиске месторождений углеводородов и других полезных ископаемых. Применение новых методов теории упругости для анализа задачи об образовании разрыва в полосе со свободными сторонами в результате сброса остаточных напряжений может представлять интерес с точки зрения изучения процессов образования очагов землетрясений. Численное моделирование мантийной конвекции является вкладом в изучение глубинных геодинамических процессов.

По результатам выполненных исследований опубликованы 9 статей в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах, а также сделано 7 докладов на международных и российских научных конференциях. Получено свидетельство государственной регистрации программы для ЭВМ.

## 4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

*Статьи, опубликованные в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах*

1. Evseev, M.N., and V.P.Trubitsyn, The model of whole mantle convection with formation of a long living reservoir feeding the mid-ocean ridge. *Doklady Earth Sciences*, 2017, **476**, 1: 1062-1065, doi:10.1134/S1028334X17090197.
2. Evseev, M.N., and V.P.Trubitsyn, Pulsations and breaks of tails of thermal mantle plumes. *Doklady Earth Sciences*, 2017, **476**, 2: 1193-1194, doi:10.1134/S1028334X17100154.
3. Khokhlov, A.V., F.Lhuillier, and V.P.Shcherbakov, Intermittence and peculiarities of a statistic characteristic of the geomagnetic field in geodynamo models. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, 2017, **53**, 5: 695-701, doi:10.1134/S106935131705007X.
4. Khokhlov, A., and G.Hulot, On the cause of the non-Gaussian distribution of residuals in geomagnetism. *Geophys. J. Int.*, 2017, **209**, 2: 1036-1047, doi:10.1093/gji/ggx071.
5. Kovalenko, M.D., and I.V.Men'shova, On features of exact solutions of boundary value problems of elasticity theory in the semi-strip. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2017, **4**: 52-64, doi:10.18698/1812-3368-2017-4-52-64.
6. Kovalenko, M.D., I.V.Menshova, and A.P.Kerzhaev, Displacement discontinuity as a result of residual stress relief. In 2017 8th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering, ICMAE 2017, pp. 179-183, doi:10.1109/ICMAE.2017.8038638.
7. Podvigina, O., and P.Chossat, Asymptotic stability of pseudo-simple heteroclinic cycles in  $R^4$ . *Journal of Nonlinear Science*, 2017, **27**, 1: 343-375, doi:10.1007/s00332-016-9335-4.
8. Vorobieva, I., P.Mandal, and A.Gorshkov, Block-and-fault dynamics modeling of the Himalayan frontal arc: Implications for seismic cycle, slip deficit, and great earthquakes, *Journal of Asian Earth Sciences*. 2017, **148**: 131-141, doi:10.1016/j.jseaes.2017.08.033.
9. Usenko, S.V., A.N.Boyko, and T.V.Prokhorova, Seafloor relief inhomogeneities and the tectonics of the Greenland-Lofoten Basin in the North Atlantic // *Russ. J. Earth Sci.*, 2017, **17**, 3, ES3002, doi:10.2205/2017ES000598

*Доклады на международных и российских научных конференциях*

10. Абриков Д.А., Кержаев А.П., Коваленко М.Д., Меньшова И.В., Бигармоническая проблема теории упругости. Точные решения // Международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды», посвященная памяти академика Леонида Ивановича Седова в связи со столетием со дня его рождения. Тезисы докладов. МИАН, Москва, 13-15 ноября 2017 г. С.19-21

11. Исмаил-Заде А.Т. Earthquake simulators and seismic hazard assessment // Школа молодых ученых «Методы комплексной оценки сейсмической опасности», Москва, ИФЗ РАН, 3-7 июля 2017 г.
12. Меньшова И.В. О решении краевых задач теории упругости со смешанными граничными условиями // Тезисы докладов Международной научной конференции «Фундаментальные и прикладные задачи механики (Fundamental and applied problems of mechanics (FAPM-2017))», посвященной 170-летию со дня рождения великого русского ученого Николая Егоровича Жуковского (Москва, 24-27 октября 2017 г.). – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. С.124-125.
13. Усенко С.В., Бойко А.Н., Прохорова Т.В. Особенности тектоники и рельефа океанического дна Гренландского бассейна Северной Атлантики // Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей. Девятые научные чтения Ю.П. Булашевича. Материалы конференции. Екатеринбург: ИГФ УрО РАН, 2017. С.412-416.
14. Усенко С.В., Бойко А.Н., Прохорова Т.В. Сейсмостратиграфический анализ строения кайнозойского осадочного чехла Гренландско-Лофотенского региона // Международная научно-практическая конференция, приуроченная к 45-летию ОАО "МАГЭ", "Современный этап геологического изучения Арктики и континентального шельфа России – проблемы и перспективы освоения минеральных ресурсов", г. Мурманск, 22-23 ноября 2017 года.
15. Menshova, I. The exact and approximate solutions of some boundary value problems in domains with angular points of the boundary. In *The 6th Conference on Computational Mechanics (CCM 2017) 03.01-05.01 2017, Bangkok, Thailand*. Abstract ID: CCM2017\_80008.
16. Menshova, I. V. and M. D. Kovalenko, On boundary-value problems of elasticity theory with mixed boundary conditions. In *The 8th International Conference on Computational Methods (ICCM2017). Guilin, Guangxi, China, July 25th – 29th, 2017* (ID 2450).

#### *Программа для ЭВМ*

17. Подвигина О.М., Желиговский В.А. Программа для численного решения уравнения Эйлера, описывающего двумерные течения идеальной несжимаемой жидкости (EULER2D) // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017661233 от 06 октября 2017 г.