

Федеральное агентство научных организаций
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ИНСТИТУТ ТЕОРИИ ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ГЕОФИЗИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИТПЗ РАН)

УДК 550.3
№ госрегистрации 115080610011
Инв. № 2017-5



УТВЕРЖДАЮ

Директор ИТПЗ РАН
член-корреспондент РАН
А.А.Соловьев
«20» января 2017 г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ ПО ТЕМЕ

РАЗРАБОТКА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
АНАЛИЗА МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЛЯ
ОПИСАНИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
(промежуточный, за 2016 год)

Заведующий лабораторией № 1
канд. техн. наук

И.В. Кузнецов

Заведующий лабораторией № 2
канд. физ.-мат. наук

Б.Г. Букчин

Заведующий лабораторией № 3
канд. физ.-мат. наук

М.Г. Шнирман

Заведующий лабораторией № 4
докт. физ.-мат. наук

А.И. Горшков

Москва 2017

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы,
зав. лаб.
канд. физ.-мат. наук



М.Г. Шнирман

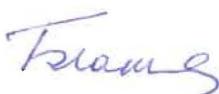
Ответственные исполнители:

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук



М.Д. Арнольд

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук



Е.М. Блантер

вед. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук



М.Д.Коваленко

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук



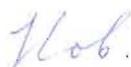
И.В. Меньшова

гл. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук



Г.М. Молчан

ст. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук



Р.Г. Новиков

гл. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук



М.В. Родкин

ст. науч. сотр.
докт. физ.-мат. наук



А.Б. Шаповал

РЕФЕРАТ

Отчет 13 с., 1 рис., 11 источников

СОЛНЕЧНАЯ АКТИВНОСТЬ, ПОКАЗАТЕЛИ ЛЯПУНОВА, ЦИКЛ ШВАБЕ, ЧИСЛА ВОЛЬФА, СИНХРОНИЗАЦИЯ, ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, МАСШТАБНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ, ОМЕГА-КВАДРАТ ГИПОТЕЗА, ГАМИЛЬТОНОВЫ СИСТЕМЫ, ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТИПА МУТАРА, АКУСТИЧЕСКАЯ ТОМОГРАФИЯ, КОНЦЕНТРАЦИЯ МИКРОЭЛЕМЕНТОВ В НЕФТЯХ

Исследования, проводимые по теме в 2016 году, связаны с нелинейным анализом солнечной активности, который включает в себя разработку математического аппарата, измеряющего иррегулярность дискретных временных рядов; построение модели, описывающей динамику фазовой синхронизации магнитного поля Солнца, численную реализацию разработанного аппарата; настройку предложенных алгоритмов и подготовку компьютерного кода; выявление эпизодов десинхронизации сигналов, исходящих от северной и южной полусфер Солнца. Установлено, что распределение малых и средних групп солнечных пятен по пространственно-временным размерам является масштабно инвариантным. Сделана попытка теоретического обоснования омега-квадрат гипотезы для сейсмического сигнала в дальней зоне. Получены результаты по корреляции составов микроэлементов нефтей и ряда основных георезервуаров литосферы. Продолжено изучение асимптотического поведения переключающихся Гамильтоновых систем. Для модельного примера такой системы получена оценка сверху для скорости роста энергии неограниченного решения.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ	5
2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ	7
2.1. Изучение фазовой синхронизации в эволюции солнечного динамо	7
2.2. Построение распределения групп пятен по пространственно-временному размеру	7
2.3. Омега-квадрат гипотеза для сейсмического источника	8
2.4. Результаты анализа данных по содержанию микроэлементов в нефтях	8
2.5. Построение и исследование решений краевых задач теории упругости с целью их применения в прикладных задачах механики очага землетрясения	10
2.6. Исследование динамических систем и обратных задач для них	10
3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ	12
4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	13

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования по теме выполнялись в рамках направлений фундаментальных исследований 128 "Физические поля, внутреннее строение Земли и глубинные геодинамические процессы", 136 "Катастрофические эндогенные и экзогенные процессы, включая экстремальные изменения космической погоды: проблемы прогноза и снижения уровня негативных последствий" и 138 "Научные основы разработки методов, технологий и средств исследования поверхности и недр Земли, атмосферы, включая ионосферу и магнитосферу Земли, гидросферы и криосферы; численное моделирование и геоинформатика (инфраструктура пространственных данных и ГИС-технологии)" Раздела IX "Науки о Земле" Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы.

Солнечная активность является классическим примером эволюции нелинейной системы, демонстрирующей малоразмерный хаос, квазипериодическое поведение и смены режима. Солнечная активность обладает ярко выраженным 11-летним циклом (цикл Швабе), который, однако, нестационарен и меняет свою амплитуду и длительность. Свойства солнечной активности меняются, как внутри цикла от одной фазы солнечного цикла к другой, так и от одного цикла к другому в рамках одной фазы солнечного цикла. Несмотря на многочисленные попытки смоделировать нерегулярность солнечного цикла при помощи моделей солнечного динамо, точный механизм его возникновения и вариаций по-прежнему неизвестен. Результаты выполненных исследований показывают связь между вариативностью солнечного цикла и явлением фазовой синхронизации.

Эволюция солнечной активности характеризуется различными квазирегулярностями, среди которых ~11-летние циклы Швабе и вековые циклы, продолжающиеся 60-100 лет. За несколько лет до начала текущего 24-го цикла Швабе солнечной активности в ведущих астрофизических журналах были опубликованы прогнозы его максимальной магнитуды. Прогнозные значения заполняли промежуток, верхняя граница которого в четыре раза больше нижней. Это один из примеров, свидетельствующих о недостаточном понимании функционирования механизма солнечного динамо. С другой стороны, успехи в моделировании механизма солнечного динамо с помощью классических уравнений магнитного гидродинамо достигнуты несомненны. Мы устанавливаем масштабную инвариантность групп солнечных пятен с целью сузить выбор физических процессов, которые приводят к такому распределению.

Известная омега-квадрат гипотеза в сейсмологии предполагает, что смещение поверхности $u(t)$ в дальней зоне убывает как обратный квадрат частоты в диапазоне $\sim 1-30$ Hz. Этот важный эмпирический факт остается недоказанным, но активно используется на практике.

Исследование концентрации микроэлементов в нефтях представляет интерес с точки зрения изучения роли нижних горизонтов континентальной коры в формировании месторождений нефти.

С целью последующего применения в задачах механики очага землетрясения рассматривается фундаментальная научная проблема, состоящая в построении точных аналитических решений двумерных краевых задач теории упругости в конечных канонических областях с угловыми точками границы и точками смены типа граничных условий.

Переключающиеся Гамильтоновы системы представляют собой важный класс негладких динамических систем. Такие системы возникают при описании динамики частиц во внешнем поле, подвергающемся резким скачкообразным изменениям. Такое поведение характерно для систем с соударениями или же при описании физических процессов в многокомпонентных средах. Несмотря на законы сохранения, имеющие место для каждой компоненты, частицы могут ускоряться вблизи поверхностей раздела сред. Описание динамики в этой ситуации является поэтому важной задачей.

2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

2.1. Изучение фазовой синхронизации в эволюции солнечного динамо

Построена модель Курамото двух нелинейных связанных осцилляторов с постоянными частотами и переменной связью, описывающая фазовую синхронизацию между двумя компонентами магнитного поля Солнца (тороидальной и полоидальной). Компоненты солнечной активности представляются двумя дневными индексами: числами солнечных пятен и геомагнитным индексом aa, соответственно. Показано, что несимметрия связи между осцилляторами порождает вариацию длины солнечного цикла, наблюдаемую в реальности. Получено, что аналогично симметричной модели, построенной ранее, изменение знака связи между осцилляторами определяет фазовую де-синхронизацию между двумя компонентами, наблюдаемую в аномальном 20-м цикле солнечной активности. Исследовано влияние дополнительных периодичностей солнечной активности в интервале периодов от 1 до 4 лет на восстановление коэффициентов связи при решении обратной задачи. Результаты опубликованы в статье [6].

Разработана методика определения мгновенной фазы солнечного цикла в скользящем временном окне. По дневным данным о площадях солнечных пятен в Северной и Южной полушарах получены два дневных фазовых индекса, отражающих эволюцию фазы тороидальной компоненты солнечного магнитного поля в двух полушарах. Разница этих индексов отражает фазовую асимметрию магнитного поля Солнца относительно экватора. Получено, что фазовая асимметрия дважды за последние 100 лет меняет знак: в районе 1927 и в районе 1968 годов, что отражает смену лидирующей полушары и соответствует датам известным из литературы. Построена модель Курамото двух линейных связанных осцилляторов с переменными частотами и постоянной симметричной связью, описывающая изменение разницы между фазовыми индексами в Северной и Южной полушарах. Получено, что величина фазовой десинхронизации полушар зависит от естественных частот вращения осцилляторов. Проведены параллели между модельными осцилляторами и поверхностными циркуляционными ячейками меридионального потока в северной и южной полушарах. Асимметрии ячеек относительно экватора и коэффициент связи между ними оценены посредством решения обратной задачи. Результаты готовятся к публикации.

2.2. Построение распределения групп пятен по пространственно-временному размеру

Для построения распределения групп солнечных пятен по размерам используются открытые базы данных, содержащие информацию о месте, времени и размере наблюдаемых групп солнечных пятен. Под размером группы понимается интеграл от площади группы, заданной как функция

времени. Техническая сложность в построении распределения связана с тем, что из-за вращения Солнца вокруг своей оси земному наблюдателю пятна видны не более четырнадцать дней подряд. В связи с этим возникает задача о распознавании групп пятен, "родившихся" на левой границе видимости солнечного диска. Она решена статистически корректно путём вычисления доли групп пятен данного размера, "родившихся" на тестовой долготе внутри солнечного диска среди всех групп, имеющих этот размер. Написана соответствующая компьютера процедура, решающая задачу распознавания. Показано, что распределение групп по размерам масштабно инвариантно в области малых и средних групп. Предложено описание физических процессов, которые могли бы привести к появлению масштабной инвариантности в распределении групп пятен. Статья, представляющие основные результаты исследования, подготовлена к печати.

2.3. Омега-квадрат гипотеза для сейсмического источника

Выполнен анализ проблемы, связанной с известной омега-квадрат гипотезой в сейсмологии, которая предполагает, что смещение поверхности $u(t)$ в дальней зоне убывает как обратный квадрат частоты в диапазоне $\sim 1-30$ Нз и пока является недоказанным эмпирическим фактом. Анализ проблемы основан на интегральном представлении $u(t)$ в терминах функции источника f и на спектральном анализе локальных особенностей f . Выполнена классификация локальных особенностей, которые могут генерировать омега-квадрат поведение сигнала на массивном множестве приемников. Наиболее интересны из них два локальных фрагмента f : первый, когда f имеет классическую особенность типа обратного квадратного корня вблизи фронта разрыва, а фронтальная поверхность кусочно-гладкая; и второй, когда f ограничена вблизи фронта разрыва, а фронтальная поверхность слегка шероховата. Эти факты полезны для понимания омега-квадрат гипотезы в рамках кинематических моделей источника. По полученным результатам подготовлена статья [9], помещенная на сайт arXiv.org (<https://arxiv.org/abs/1604.05877>).

2.4. Результаты анализа данных по содержанию микроэлементов в нефтях

В сотрудничестве с Государственным геологическим музеем им. В.И.Вернадского РАН и Институтом проблем нефти и газа РАН выполнено исследование концентраций микроэлементов (МЭ) в нефтях и ряде основных георезервуарах литосферы. Реализация этого направления связана с тем обстоятельством, что из опыта работы со степенными зависимостями вполне очевидно, что при сравнении концентраций микроэлементов и основных компонент в разных георезервуарах следует использовать логарифмы концентраций. В этом случае вполне значимыми оказываются тривиальные значения коэффициентов корреляции породообразующих и МЭ в различных резервуарах и нефтях.

На рис. 1 приведен пример соотношения логарифмов концентрации элементов в среднем составе нефти и в среднем биологическом веществе. Видно, что после перехода к логарифмам концентраций получаются вполне пригодные для расчетов соотношения.

В рамках исследования этого вопроса был проведен анализ величин корреляционной связи микроэлементного (МЭ) состава каустобиолитов (нефтей, углей, горючих и черных сланцев) с составом верхней и нижней континентальной коры и живого вещества. Показано, что содержание МЭ углей и горючих сланцев лучше коррелирует с химическим составом верхней коры, в то время как корреляция концентраций МЭ в нефтях выше с составом нижней континентальной коры. Корреляционная связь МЭ состава нефтей с живым веществом статистически значима, но слабее, чем с составом нижней коры. Результаты расчетов подтверждают также близость МЭ состава нефтей в пределах одного нефтегазоносного бассейна и его различие в разных бассейнах. Предложен набор малого числа “характерных” элементов (Cs, Rb, K, U, V, Cr и Ni), анализ концентрации которых позволяет устойчиво оценивать вклад влияния верхней и нижней континентальной коры в МЭ состав нефтяков.

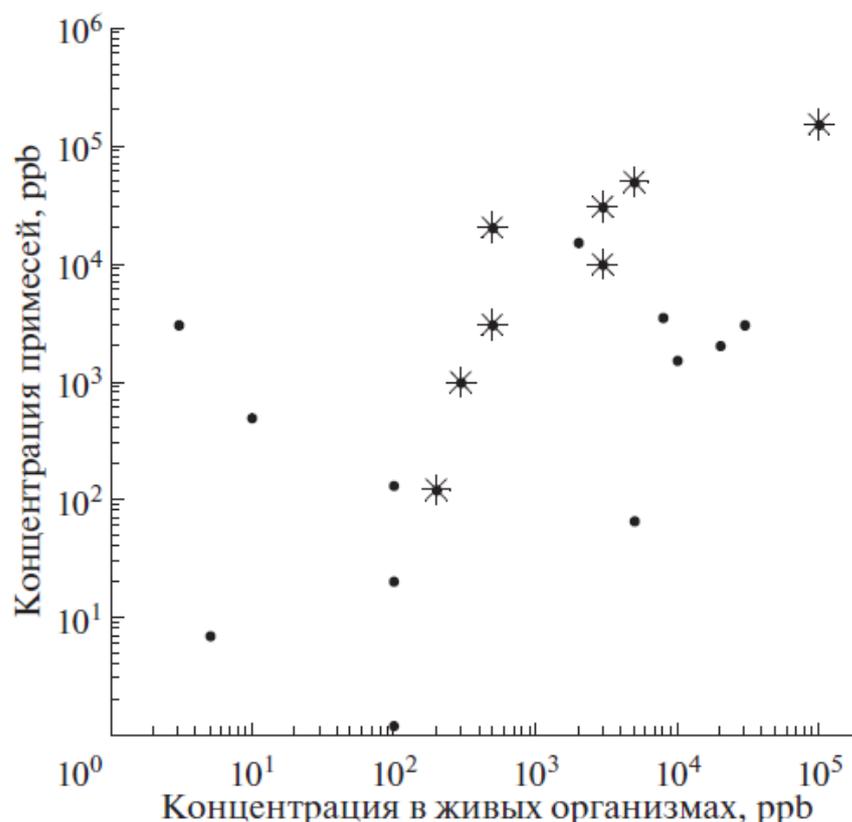


Рисунок 1. Связь средних концентраций МЭ в нефтях и в живых организмах; * обозначает только биогенные элементы (значения концентрации для ряда элементов совпадают).

Полученные результаты представляют заметный интерес как убедительное новое свидетельство роли нижних горизонтов

континентальной коры в формировании месторождений нефти. Тем самым эти результаты убедительно свидетельствуют в пользу получающих все более широкое распространение представлений о полигенной природе нефтей.

Полученные результаты опубликованы в статье [3] и вошли в доклад [11].

2.5. Построение и исследование решений краевых задач теории упругости с целью их применения в прикладных задачах механики очага землетрясения

Совместно с Государственным научно-исследовательским институтом авиационных систем построены аналитические модели краевых задач теории упругости, объясняющие явления кинематической и геометрической несовместностей в некоторых разломных зонах. Полученные результаты опубликованы в статье [4].

2.6. Исследование динамических систем и обратных задач для них

Продолжено изучение свойств преобразований типа Мутара для обобщенных аналитических функций. В частности, предложена интерпретация обобщенных аналитических функций как спинорных полей и показано, что в рамках этого подхода преобразования типа Мутара таких функций коммутируют с голоморфными заменами переменных. Полученные результаты опубликованы в статьях [1, 2, 7, 8].

Рассмотрено модельное гармоническое (по времени) уравнение акустической томографии движения жидкости в открытой ограниченной области в \mathbb{R}^d , $d \geq 2$, с переменными скоростью звука, плотностью, скоростью жидкости и коэффициентом поглощения. Получены условия глобальной единственности для связанной с этим уравнением обратной краевой задачи в случае данных измерений на границе для двух и для трех фиксированных частот. Кроме того, получен пример неединственности для этой обратной задачи в случае данных измерений на границе для всех частот. По полученным результатам опубликована статья [5].

Рассмотрена безфазовая обратная задача рассеяния для уравнения Шредингера с компактным носителем потенциала в размерности $d \geq 2$. Получены явные формулы для решения этой задачи на основе подходящих данных при высоких энергиях. Как следствие, дано также условие глобальной единственности для решения этой задачи на основе подходящих данных по фиксированной энергетической окрестности. Полученные результаты опубликованы в статье [10].

Рассмотрена модельная задача разрывной Гамильтоновой системы с одной степенью свободы. Таким образом, фазовым пространством системы служит цилиндр с базой, соответствующей угловой координате, и направляющей, соответствующей переменной действия. Проведенное численное моделирование дает основания предполагать, что несмотря на

разрывной характер Гамильтониана, скорость ухода решения на бесконечность достаточно мала. А именно, задачу удалось свести к задаче на конечной решетке, а после соответствующей факторизации, к задаче на дискретном торе. Неограниченная орбита в этом случае соответствует траектории, нетривиально обвивающей этот тор. Удалось показать, что, если такая траектория существует, то она единственна. Все остальные траектории соответствуют периодическим и, следовательно, ограниченным орбитам. Результаты численного моделирования показывают также, что длина неограниченной траектории квадратично растет с размером тора, в то время как длины всех периодических траекторий растут линейно. Удалось показать, что длина неограниченной траектории растет не медленнее, чем $N \log N$, где N - это размер тора. Также были численно исследованы распределения длин периодических орбит.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполненных исследований увеличена сфера применения фазовой синхронизации для определения параметров сложных систем, недоступных наблюдениям. В частности, показано, что пространственная несимметрия меридионального потока играет значительную роль в вариативности солнечного цикла, смене лидирующей полусферы и возникновении аномальных периодов солнечной активности. Полученные результаты расширяют и уточняют представление о роли меридионального потока в солнечном динамо и создают основу для построения адекватной физической модели эволюции солнечной активности.

Обоснование масштабной инвариантности групп солнечных пятен определяет вид физических процессов, которые могут использоваться для объяснения рождения, укрупнения и аннигиляции магнитных структур на Солнце. Этот результат также расширяет область приложения теории самоорганизованной критичности на анализ солнечной активности. Естественным образом возникают новые вопросы, например, переносится ли масштабная инвариантность групп солнечных пятен на другие магнитные структуры на Солнце, или отсутствие выделенных масштабов является уникальным свойством солнечных пятен? Ответы на них будут полезны при построении полной теории солнечного динамо.

Полученные результаты теоретического анализа, связанного с омега-квадрат гипотезой являются новыми и неожиданными из-за трудностей анализа двумерных очагов. Они важны для понимания омега-квадрат гипотезы в рамках кинематических моделей источника.

Анализ концентрации малого числа характерных микроэлементов в нефтях позволяет устойчиво оценивать вклад влияния верхней и нижней континентальной коры в микроэлементарный состав нефтидов.

По результатам выполненных исследований опубликовано 9 статей в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах и сделан доклад на Генеральной ассамблее Европейского союза наук о Земле.

4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Статьи, опубликованные в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах

1. Гриневич П.Г., Новиков Р.Г. Обобщенные аналитические функции, преобразования типа Мутара и голоморфные отображения // *Функциональный анализ и его приложения*, 2016, т.50, № 2. С.81-84, doi:10.4213/faa3237.
2. Новиков Р.Г., Тайманов И.А. Преобразование типа Мутара для матричных обобщенных аналитических функций и калибровочные преобразования // *УМН*, 2016, т.71, № 5(431). С.179-180, doi:10.4213/rm9741.
3. Родкин М.В., Рундквист Д.В., Пунанова С.А. Об относительной роли нижнекоровых и верхнекоровых процессов в формировании микроэлементного состава нефтей // *Геохимия*, 2016, № 11. С.1025-1031, doi:10.7868/S0016752516090065.
4. Себряков Г.Г., Коваленко М.Д., Меньшова И.В., Шуляковская Т.Д. Нечетно-симметричная краевая задача для полуполосы с продольными ребрами жесткости. Биортогональные системы функций и разложения Лагранжа // *ДАН*, 2016, т.468, № 3. С.280-284, doi:10.7868/S0869565216150123.
5. Agaltsov, A.D., and R.G. Novikov, Uniqueness and non-uniqueness in acoustic tomography of moving fluid. *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems*, 2016, **24**, 3: 333-340, doi:10.1515/jiip-2015-0051.
6. Blanter, E., J.-L. Le Mouél, M. Shnirman, and V. Courtillot, Kuramoto model with non-symmetric coupling reconstructs variations of the Solar-cycle period. *Solar Phys.*, 2016, **291**, 3: 1003-1023, doi:10.1007/s11207-016-0867-4.
7. Grinevich, P.G., and R.G. Novikov, Moutard transform approach to generalized analytic functions with contour poles. *Bulletin des Sciences Mathematiques*, 2016, **140**, 6: 638-656, doi:10.1016/j.bulsci.2016.01.003.
8. Grinevich, P.G., and R.G. Novikov, Moutard transform for generalized analytic functions. *Journal of Geometric Analysis*, 2016, **26**, 4: 2984-2995, doi:10.1007/s12220-015-9657-8.
9. Molchan, G. The omega-square hypothesis for the seismic source. arXiv:1604.05877 [physics.geo-ph]
10. Novikov, R.G. Explicit formulas and global uniqueness for phaseless inverse scattering in multidimensions. *Journal of Geometric Analysis*, 2016, **26**, 1: 346-359, doi:10.1007/s12220-014-9553-7.

Доклады на международных и российских научных конференциях

11. Rodkin, M., and S. Punanova, Analysis of degree of similarity among crude oils, the upper and the lower crust, organic matter, clays, and different caustobioliths by the content of their main and trace elements. *Geophysical Research Abstracts*. Volume 18, EGU2016-5292, 2016. EGU General Assembly 2016.